



**MINISTERUL
EDUCAȚIEI**



**CENTRUL NAȚIONAL DE POLITICI
ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE**

DISCIPLINA MATEMATICĂ | | |

REPERE METODOLOGICE pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023

**BUCUREȘTI
SEPTEMBRIE 2022**



CUPRINS

	Pagina
Prezentare generală	2
SECȚIUNEA I	
Premise pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023	
I.1. Scrisoare metodologică privind aplicarea curriculumului școlar de clasa a X-a în anul școlar 2022-2023	3
I.2. Disciplina matematică în ansamblul curriculumului național	11
SECȚIUNEA a II-a	
Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023	
II.1. Exemple de planificări calendaristice la disciplina matematică, învățământ liceal, programa școlară 4 ore/săptămână	17
II.2. Exemple de planificări calendaristice la disciplina matematică, învățământ liceal și profesional, programa școlară 3 ore/săptămână	36
II.3. Exemple de planificări calendaristice la disciplina matematică, învățământ liceal, programa școlară 2 ore/săptămână	78
SECȚIUNEA a III –a	
Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a	
III.1. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Logaritmi”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 4 ore	100
III.2. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Determinarea ecuației drepte în condiții date. Calcul de distanțe și arii”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 3 ore	119
III.3. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Probleme de numărare”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 2 ore	151
SECȚIUNEA a IV-a	
Recomandări privind resurse educaționale deschise (RED)	179
Colectiv de autori	

PREZENTARE GENERALĂ

Ministerul Educației completează colecția de repere metodologice pentru învățământul preuniversitar cu o nouă ediție, destinată aplicării curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023.

În acest sens, la disciplina Matematică, materialul realizat în cadrul grupurilor de lucru GLC 39, GLC 40 și GLC 41, constituite pentru elaborarea/revizuirea curriculumului național, este structurat astfel:

Secțiunea I – se constituie într-un îndrumar cu caracter general pentru aplicarea curriculumului în anul școlar 2022-2023, în baza scrisorii metodologice elaborate la nivelul Unității de Cercetare în Educație din cadrul Centrului Național de Politici și Evaluare în Educație (CNPEE), completat cu o selecție de caracteristici și recomandări privind disciplina matematică în contextul curriculumului național, din Reperele elaborate pentru anul școlar anterior.

Secțiunea a II-a – vine în sprijinul colegilor de la catedră cu o serie de exemplificări privind planificarea calendaristică pentru anul școlar 2022-2023, având în vedere, în principal, noua structură a anului școlar, aprobată prin Ordin al ministrului educației nr. 3505/2022, precum și programele școlare în vigoare pentru liceu, disciplina matematică (4 ore/3 ore/2 ore).

Secțiunea a III-a – se constituie într-o colecție de exemple în sprijinul proiectării unităților de învățare.

Secțiunea a IV-a – vine în sprijinul colegilor de la catedră cu o serie de recomandări privind resurse educaționale deschise, în completarea celor exemplificate în secțiunea a III-a.

SECȚIUNEA I

**Premise
pentru aplicarea
curriculumului
la clasa a X-a în anul școlar
2022-2023**

Secțiunea I conține:

**I.1. Scrisoare metodologică privind aplicarea
curriculumului școlar de clasa a X-a în anul școlar
2022-2023**

**I.2. Disciplina matematică în ansamblul
curriculumului național**

I.1. SCRISOARE METODOLOGICĂ PRIVIND APLICAREA CURRICULUMULUI ȘCOLAR DE CLASA a X-a ÎN ANUL ȘCOLAR 2022-2023

I.1.1. ASPECTE INTRODUCTIVE

- **Context**

La finalul anului școlar 2020-2021 a absolvit clasa a VIII-a generația de elevi care a beneficiat de un nou curriculum național pentru învățământul primar (elaborat în anul 2013) și pentru învățământul gimnazial (elaborat în 2017)¹. Demersurile de elaborare a noului curriculum nu au continuat la nivelul învățământului liceal, pentru acest nivel de învățământ rămânând în uz programele școlare din anul 2009. Pentru a veni în sprijinul profesorilor de liceu, în vara anului 2021 au fost elaborate *Reperete metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022*², având rolul de a contracara posibile discontinuități între achizițiile învățării la finalul ciclului gimnazial și cele proiectate pentru clasa a IX-a. Ca o continuare a acestui demers, documentul de față vizează aplicarea programelor școlare la clasa a X-a.

- **Scop**

Prezentul document este elaborat sub forma unei scrisori metodologice și are ca scop sprijinirea profesorilor care predau la nivelul învățământului liceal, pentru aplicarea programelor școlare de clasa a X-a în anul școlar 2022-2023.

- **Structură**

Scrisoarea metodologică este organizată pe următoarele componente:

- Rolul disciplinelor de studiu în dezvoltarea competențelor-cheie europene – pentru a evidenția faptul că fiecare disciplină de studiu își aduce contribuția la dezvoltarea acestora, în grade, modalități și formate diferite;
- Evaluarea inițială a competențelor elevilor la debutul clasei a X-a – care oferă o diagnoză asupra măsurii în care elevii și-au dezvoltat competențele vizate de curriculumul școlar de clasa a IX-a, cu scopul de a identifica modalități optime de dezvoltare a competențelor din curriculumul școlar de clasa a X-a;
- Planificarea calendaristică ca instrument unitar de lucru – pentru a promova, la nivelul profesorilor de liceu, utilizarea unui format unitar de planificare;
- Activități de învățare și instrumente de evaluare utile în dezvoltarea competențelor specifice – pentru a oferi profesorilor o serie de recomandări și exemple de activități;
- Utilizarea tehnologiilor și a resurselor digitale – pentru a evidenția avantajele pe care digitalul le aduce în planul predării-învățării-evaluării;
- Aplicarea contextualizată a programelor școlare – pentru a oferi o serie de recomandări privind adaptarea demersului didactic la aspecte și condiții specifice.

¹ <http://programe.ise.ro/Actuale/Programeinvigoare.aspx>.

² https://www.edu.ro/repere_metodologice_aplicare_curriculum_clasa_IX_an_scolar_2021_2022

I.1.2. ROLUL DISCIPLINELOR DE STUDIU ÎN DEZVOLTAREA COMPETENȚELOR-CHEIE EUROPENE

Ca stat membru UE, România își armonizează sistemul de educație în cadrul comunitar prin adoptarea recomandărilor promovate la nivel european. Astfel, documentul de politici *Repere pentru proiectarea, actualizarea și evaluarea Curriculumului național. Cadrul de referință al curriculumului național* (aprobat prin OME nr. 3239/2021)³ definește un **profil de formare al absolventului de liceu**, care este elaborat pe baza prevederilor din *Recomandarea Consiliului privind competențele cheie din perspectiva învățării pe parcursul întregii vieți* (2018/C 189/01)⁴.

Competențele cheie reprezintă seturi structurate de cunoștințe, abilități și atitudini dobândite prin învățare, care sunt relevante pentru o viață împlinită, de succes în societatea cunoașterii. Competențele cheie reprezintă instrumentele culturale de care au nevoie tinerii în societatea cunoașterii. Acestea sunt următoarele:

- competență de literație;
- competență de multilingvism;
- competență matematică și competență în științe, tehnologie și inginerie;
- competență digitală;
- competență personală, socială și de a învăța să înveți;
- competență civică;
- competență antreprenorială;
- competență de sensibilizare și exprimare culturală.

În cadrul profilului de formare, aceste competențe cheie au fost specificate prin **descriptori** care detaliază achizițiile urmărite, în progresie de la un nivel de școlaritate la altul.

Competențele cheie se dezvoltă și se aplică într-o varietate de contexte și într-o varietate de combinații. Acestea se interconectează și se întrepătrund, prin aceea că elemente componente ale unei competențe cheie sprijină învățarea elementelor altor competențe. De asemenea, competențele cheie dobândite în școală în cadrul diverselor discipline de studiu sau dobândite în afara școlii constituie achiziții pe baza cărora se formează competențele disciplinare. Astfel, învățarea disciplinelor de studiu depășește granițele academice tradiționale și deschide un orizont mai larg de cunoaștere, cu transferuri reale între spațiul clasei și viața de fiecare zi.

Exemplu:

Competența de literație sprijină învățarea la orice disciplină școlară, oferind instrumentele pentru a înțelege noile concepte și pentru a exprima idei în orice domeniu. Totodată, utilizarea competenței de literație ca instrument de studiu în cadrul abordării didactice la diverse discipline – altele decât cele filologice – oferă șansa dezvoltării și diversificării achiziției existente prin aplicarea în contexte noi, semnificative.

În mod concret, **profesorul de liceu** poate pune în practică această perspectivă, familiarizându-se cu descriptorii din profilul absolventului de liceu și adresându-și **întrebări** precum:

- Cum pot folosi competența de literație în cadrul orelor mele?
- Ce contexte de învățare sunt adecvate pentru a dezvolta competența specifică X din programa școlară a disciplinei pe care o predau, cu ajutorul abilităților digitale ale elevilor?
- Ce relevanță are competența antreprenorială pentru realizarea de către elevi a unui proiect în cadrul unității de învățare Y de la disciplina pe care o predau?
- Cum poate contribui disciplina pe care o predau la diversificarea competenței matematice și a competenței în științe, tehnologie și inginerie?
- Ce modalități de management al clasei și de feedback pot proiecta, pentru a aprofunda competența personală, socială și de a învăța să înveți?

³ https://drive.google.com/file/d/1r8YZCPUG_Tipm1muMpW29XMJ0nBEefj9/view

⁴ [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN)

SECȚIUNEA I Premise pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023

- Le pot propune elevilor documentare din surse în alte limbi decât cea maternă? Cu ce beneficii pentru învățare? etc.

Întrebările pot varia în funcție de nevoile de proiectare și de organizare a activității didactice și au în vedere un demers de **contextualizare a curriculumului** prin adaptare la nivelurile și interesele elevilor din clasa respectivă.

I.1.3. EVALUAREA ÎNIȚIALĂ A COMPETENȚELOR ELEVILOR LA DEBUTUL CLASEI A X-A

La debutul anului școlar, fiecare profesor trebuie să realizeze evaluarea inițială a elevilor, cu **roluri** multiple:

- Asigură o **diagnoză** cu privire la nivelul de pregătire a elevilor la debutul clasei a X-a, prin identificarea acelor competențe din programa școlară anterioară care nu au fost suficient dezvoltate (Ce competențe ale elevilor din programa de clasa a IX-a au fost insuficient dezvoltate?).
- Constituie bază pentru planificarea de către profesor a eventualelor demersuri de **remediere** a competențelor insuficient dezvoltate – aspect detaliat în capitolul 7 al documentului (Care sunt domeniile care necesită recapitulare, recuperare, pentru a putea asigura învățarea în clasa a X-a?).
- Are rol **reglator**, oferind repere pentru o proiectare curriculară autentică și realistă în clasa a X-a, pe baza unor decizii documentate (Cum voi valorifica rezultatele evaluării inițiale în planificarea calendaristică sau proiectarea unităților de învățare?).
- **Motivează** elevul pentru implicarea în învățarea viitoare pe parcursul clasei a X-a (Ce știu și ce nu știu? Ce pot face și ce nu pot face în raport cu ceea ce am învățat în clasa a IX-a? În ce mod voi recupera ceea ce nu știu?).

Astfel planificată, evaluarea inițială devine parte integrată a procesului didactic și poate fi valorificată ca **experiență de învățare**. În această perspectivă, evaluarea inițială ar trebui să fie motivantă și nestresantă, să fie prilej de verificare/actualizare/revizuire a nivelului de pregătire.

Pentru evaluarea inițială, pot fi utilizate diverse **instrumente și metode de evaluare** care să permită o **apreciere holistică a nivelului de realizare a diverselor competențe specifice**.

Exemple:

- testul;
- proba de evaluare practică;
- proiectul;
- evaluarea dialogată;
- grile de reflecție;
- autoevaluarea prin completarea de quiz-uri sau fișe de evaluare, inclusiv pe platforme online;
- chestionar care urmărește identificarea calităților și resurselor personale / domeniilor de interes / nevoilor elevilor de sprijin individual;
- hărți conceptuale specifice domeniului de studiu etc.

Pentru dezvoltarea unor instrumente de evaluare inițială profesorii care predau la clasa a X-a se pot inspira din exemplele oferite de *Reperete metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022*⁵ și *Reperete metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*⁶, precum și din alte surse⁷.

⁵ https://www.edu.ro/repere_metodologice_aplicare_curriculum_clasa_IX_an_scolar_2021_2022

⁶ <https://www.ise.ro/repere-metodologice>

⁷ <https://www.ise.ro/resurse/resurse-elevi-profesori>; <https://digital.educred.ro/>

I.1.4. PLANIFICAREA CALENDARISTICĂ: INSTRUMENT UNITAR DE LUCRU PENTRU PROFESORI

Instrumentele de proiectare didactică – planificarea calendaristică, proiectul unității de învățare – reprezintă **documente proiective** care realizează asocierea dintre elementele programei școlare și cadrul de implementare practică a acesteia, în condițiile resurselor de timp ale unui an școlar. Acestea nu trebuie să reprezinte o activitate formală, de elaborare a unor documente cu utilitate scăzută în practica școlară, ci trebuie gândite ca instrumente care să ducă la creșterea relevanței și eficienței activității de predare-învățare-evaluare.

Proiectarea demersului didactic se realizează prin raportare la programa școlară și presupune următoarele **etape**:

- lectura integrală și personalizată a programei școlare;
- elaborarea planificării calendaristice;
- proiectarea unităților de învățare.

- **Lectura integrală și personalizată a programei școlare**

Activitatea de proiectare didactică necesită ca profesorul să aibă o bună cunoaștere a programei școlare, prin:

- **lectura integrală** a programei școlare – care presupune ca profesorul să citească toate componentele programei școlare și să înțeleagă structura și logica internă a acesteia, rolul fiecărei componente, fără a se limita numai la lista de conținuturi sau numai la lectura programei pentru clasa a X-a (în cazul de față);
- **lectura personalizată** a programei școlare – care necesită contextualizarea aplicării programei școlare la specificul elevilor și al contextului școlar, prin: alegerea activităților de învățare, stabilirea succesiunii unităților de învățare, definirea alocărilor orare asociate temelor.

- **Planificarea calendaristică**

Din punct de vedere tehnic, pentru planificarea calendaristică corespunzătoare clasei a X-a sunt necesare următoarele **etape**:

- stabilirea asocierilor și a corespondențelor dintre competențele specifice și conținuturile programei școlare (Prin ce conținuturi se pot realiza competențe specifice?);
- stabilirea unităților de învățare, respectând prevederile din programa școlară și logica disciplinară (Care sunt unitățile majore ce vor fi vizate prin învățarea elevilor?);
- stabilirea succesiunii de parcurgere a unităților de învățare (Care este succesiunea logică a unităților de învățare, în structura anului școlar?);
- structurarea parcursului (Planificarea calendaristică acoperă integral programa școlară? Se asigură raportarea corectă la structura modulară a anului școlar 2022-2023? Timpul alocat fiecărei unități de învățare este suficient? Parcursul planificat este eficient și adecvat elevilor cărora se adresează? etc.).

Pentru realizarea planificării calendaristice recomandăm utilizarea modelului prezentat în *Reperete metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022*⁸, care cuprinde următoarele **elemente**:

- Unități de învățare – sunt identificate de profesor în programa școlară;
- Competențe specifice – se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară, corelate cu unitățile de învățare;
- Conținuturi – se menționează titluri/teme selectate din conținuturile programei școlare, care se subsumează fiecărei unități de învățare;
- Număr de ore alocate – numărul de ore este stabilit de către profesor;
- Perioada calendaristică – se precizează săptămâna sau săptămânile în care vor fi abordate temele;
- Observații – se menționează aspecte specifice care țin de aplicarea planificării calendaristice.

⁸ https://www.edu.ro/reperete_metodologice_aplicare_curriculum_clasa_IX_an_scolar_2021_2022

• Proiectul unității de învățare

Unitatea de învățare reprezintă o structură didactică flexibilă cu următoarele **caracteristici**:

- este unitară din punct de vedere tematic și didactic;
- vizează formarea anumitor competențe specifice la nivelul elevilor;
- este realizată pe o perioadă determinată de timp;
- se finalizează prin evaluare.

Pentru realizarea proiectului unității de învățare recomandăm utilizarea modelului prezentat *Reperete metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022⁹*, care cuprinde următoarele **elemente**:

- Competențe specifice – se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară, corelate cu unitatea de învățare;
- Conținuturi – sunt identificate și selectate/detaliat din programa școlară, pentru a oferi cadrul de structurare a competențelor specifice vizate;
- Activitățile de învățare – sunt stabilite de profesor, în funcție de variate aspecte, detaliate în capitolul 5 al acestui document;
- Resurse – sunt identificate în mod concret resursele de învățare necesare și cele disponibile, resurse de timp, de loc, forme de organizare a elevilor;
- Evaluare – se menționează modalitățile de evaluare (continuă, sumativă) ce vor fi utilizate în cadrul unității de învățare.

I.1.5. ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE ȘI INSTRUMENTE DE EVALUARE UTILE ÎN DEZVOLTAREA COMPETENȚELOR SPECIFICE: EXEMPLIFICĂRI

O activitate de învățare reprezintă **cadrul de formare, exersare, dezvoltare a unei competențe specifice**, mai exact o modalitate de organizare a activității didactice în acest scop. În același timp, activitatea de învățare este cadrul care prezintă modalități concrete de implicare a elevului într-un ansamblu de sarcini de lucru, cu relevanță directă pentru dezvoltarea unei competențe specifice.

În modelul de proiectare utilizat pentru elaborarea programelor școlare de învățământ primar și gimnazial, **activitățile de învățare însoțesc competențele specifice**, având statut de exemple posibile. Pentru fiecare competență specifică, programele școlare oferă cel puțin trei exemple de activități de învățare, prezentate mai degrabă în termeni generici.

Dacă profesorul alege un exemplu din programă, va realiza adecvarea activității de învățare la conținutul pentru care va fi utilizată. În acest demers de adecvare, proiectarea unei activități de învățare pornește de la **întrebări** precum:

- Pentru ce competențe cheie aleg activitatea de învățare? Cum corelez competențele cheie cu competențele specifice din programa școlară?
- Cum proiectez sarcinile de învățare în vederea dezvoltării competențelor vizate?
- Ce modalități de organizare a învățării voi alege, în relație cu conținuturile vizate și cu resursele de care dispun?
- Cum voi asigura implicarea activă a elevilor în sarcinile propuse?
- Cum voi asigura adaptarea la nevoile de cunoaștere și la interesele elevilor mei?
- Cum voi valorifica experiențele personale ale elevilor, cu relevanță pentru competențele vizate?
- Cum voi putea integra noile tehnologii în activitatea propusă?

Proiectul CRED –care vizează elaborarea de ghiduri metodologice pentru aplicarea la clasă a programelor școlare pentru învățământul primar și gimnazial, a propus un descriptiv al activității de învățare, care cuprinde următoarele elemente: competența specifică pentru care este folosită activitatea de învățare, condițiile și contextul necesare desfășurării activității, resursele utilizate și, cel mai important, descrierea specifică a activității de învățare (succesiunea sarcinilor de lucru, modul de organizare a activității, resursele utilizate etc.).

⁹ https://www.edu.ro/repere_metodologice_aplicare_curriculum_clasa_IX_an_scolar_2021_2022

Aspectele anterior menționate oferă elemente concrete pentru proiectarea acestor cadre de învățare, detaliind componenta „Activități de învățare” din cadrul unui proiect al unității de învățare, intrat deja în practica didactică la nivelul liceului. Astfel, chiar dacă actualele programe școlare pentru clasa a X-a nu includ activități de învățare asociate competențelor (așa cum sunt prevăzute în programele școlare pentru învățământul primar și gimnazial), profesorii de liceu au experiența integrării lor în demersul didactic, prin intermediul documentelor de proiectare a unităților de învățare pe care le utilizează.

În vederea identificării și proiectării activităților de învățare, recomandăm:

- valorificarea sugestiilor metodologice din programele școlare de clasa a X-a;
- valorificarea activităților propuse în manualele școlare¹⁰ de clasa a X-a;
- utilizarea exemplelor oferite de alte lucrări de referință care abordează modul în care pot fi proiectate activități de învățare și instrumente de evaluare utile în dezvoltarea competențelor specifice, precum: *Reperete metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022*¹¹ (care au sprijinit continuitatea cu procesul educațional desfășurat în gimnaziu) și *Reperete metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar din anul 2019-2020*¹² (care cuprind exemple elaborate pentru toate clasele și toate disciplinele de studiu și își mențin valabilitatea și în anul școlar 2022-2023).

Exemplu:

Metoda Philips 6-6 reprezintă o bună ilustrare pentru generarea unei activități de învățare care antrenează competențe axate pe comunicarea orală în contexte de grup. După alegerea unei teme (de exemplu, tema „Rolul societății civile”, referitoare la elaborarea unui act legislativ, disciplina Istorie, clasa a X-a), elevii dezbate tema în grupuri de câte 6, fiecare grup având moderatorul și purtătorul său de cuvânt. După ce problema se dezbate timp de 6 minute, purtătorii de cuvânt prezintă soluțiile celorlalte grupuri, iar moderatorii sintetizează și aleg soluția optimă. În acest exemplu, modul de organizare a activității, sarcinile primite de elevi și timpul de lucru decurg din specificul metodei. Profesorului îi revine rolul de a crea condițiile potrivite pentru derularea activității (atmosfera de discuție, materiale suplimentare pe care le pot utiliza elevii) și de a stabili strategiile de evaluare a modului de rezolvare a sarcinilor de lucru. Evaluarea unei astfel de activități se va face cu ajutorul unei grile de evaluare specifice.

I.1.6. UTILIZAREA TEHNOLOGIILOR ȘI A RESURSELOR DIGITALE

În acord cu Cadrul european DigCompEdu, a fost aprobat recent **cadrul de competențe digitale ale profesionistului în educație** (OME nr. 4159/2022)¹³, care descrie 22 de competențe digitale organizate în următoarele 6 domenii:

- utilizarea tehnologiilor digitale în comunicarea și interacțiunile profesionale ale cadrelor didactice cu colegi, elevi, alți actori educaționali;
- utilizarea, crearea și partajarea responsabilă a resurselor digitale;
- utilizarea eficientă a tehnologiilor digitale în diferitele etape ale procesului de predare-învățare.
- utilizarea strategiilor digitale pentru îmbunătățirea strategiilor de evaluare;
- valorificarea tehnologiilor digitale pentru implicarea activă a elevilor în învățare;
- facilitarea dobândirii competențelor digitale de către elevi.

Astfel, profesorul are nevoie de competențe pentru a utiliza tehnologiile și resursele digitale atât ca mijloace de comunicare didactică, cât mai ales ca modalități de structurare a proceselor de predare, învățare și evaluare în forme și modalități inovative și flexibile, cu resurse variate, cu implicarea activă, creativă și reflexivă a elevilor în propria învățare – urmărind dezvoltarea competențelor specifice din programele școlare (inclusiv cele corespunzătoare clasei a X-a).

¹⁰ <https://www.manuale.edu.ro>

¹¹ https://www.edu.ro/reperete_metodologice_aplicare_curriculum_clasa_IX_an_scolar_2021_2022

¹² <https://www.ise.ro/reperete-metodologice>

¹³ <https://legislatie.just.ro/Public/DetaliiDocument/257484>

SECȚIUNEA I Premise pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023

Integrarea optimă, critică și creativă a tehnologiilor și resurselor digitale în procesul educațional permite o mai bună **centrare pe elev și facilitează strategii didactice inovative** (ex. clasa inversată/ *flipped classroom*, învățarea bazată pe proiect), care:

- implică elevul în activități de învățare diversificate;
- facilitează accesul la o varietate de resurse informaționale;
- permit abordarea unor sarcini de învățare care se bazează pe comunicarea între elevi și lucrul pe grupe;
- cresc implicarea și autonomia elevului în propria învățare;
- asigură premise pentru transferul achizițiilor de învățare în noi contexte.

Aplicațiile digitale de învățare contribuie simultan la dezvoltarea tuturor componentelor unei competențe, cu o pondere mai mare asupra acelor care sunt direct vizate de funcționalitățile respectivei aplicații digitale.

Exemple:

- Pentru familiarizarea elevilor cu elementele de conținut și terminologia specifică unei anumite unități de învățare, se pot organiza: activități de documentare individuale sau de grup, utilizând enciclopedii online; teste de cunoștințe aplicate prin instrumente sociale de tip *clickers* (ex. kahoot); jocuri tematice video care oferă elevilor o experiență autentică de interacțiune într-un anumit mediu (ex. o epocă istorică, evidențiind obiceiuri, vestimentație, arhitectură specifică etc.).
- Pentru scrierea literară, individuală sau prin colaborare, se pot folosi fișe de lucru, aplicații de pagini wiki.
- Pentru analiză literară, dezvoltarea gândirii critice, crearea și gestionarea unor inventare adnotate de resurse digitale, pot fi folosite site-uri de social bookmarking (ex. diigo.com/) sau bloguri (edublogs.org).
- Pentru reprezentare spațială pot fi utilizate simulatoare grafice.
- Pentru coordonare, motricitate fină și viteză de reacție se pot utiliza simulatoare video.
- Pentru cultivarea unei atitudini responsabile în diferite situații de viață, se pot utiliza lumi virtuale în care vor fi create avatare pentru diferite roluri socio-profesionale (ex. cluburi tematice, firme de exercițiu).

Profesorii au la dispoziție o multitudine de **resurse digitale deschise** utile pentru predare-învățare-evaluare, care s-au dezvoltat cu prioritate în perioada școlii la distanță. În acest context, este foarte important ca profesorii să aibă abilități specifice pentru:

- a identifica, a evalua și a selecta resursele digitale potrivite în acord cu competențele vizate nivelul elevilor;
- a crea și a modifica resursele digitale – proprii sau preluate de la alți profesori – prin adaptarea la scopul propus al învățării, la grupul de elevi și la contextul de predare;
- a respecta regulile privind drepturile de autor atunci când folosesc, modifică și partajează resurse și să protejeze conținutul și datele sensibile.

Exemple:

Pentru identificarea, selectarea și adaptarea resurselor digitale de învățare, precum și pentru partajarea resurselor elaborate de profesori, recomandăm.

- <https://digital.educared.ro/>
- <https://digitaledu.ro/>
- <https://www.eduapps.ro/resurse-educationale/>

Nu în ultimul rând, utilizarea tehnologiilor și a resurselor digitale contribuie la:

- facilitarea unor abordări inovative de evaluare;
- monitorizarea constantă a progresului elevilor;
- oferirea de feedback rapid către elevi cu privire la rezultatele evaluării;
- autoevaluarea propriilor strategii de predare și adaptarea acestora la nevoile elevilor.

Exemplu:

Prin utilizarea **portofoliilor digitale de învățare** (personale/de grup), se oferă ocazii pentru auto-reflecție și dezvoltarea metacogniției, iar pentru profesori și părinți se oferă informații utile despre progresul în învățare al elevilor și nevoile specifice de sprijin în învățare.

Dintre ghiduri disponibile online pentru utilizarea portofoliilor online pentru învățare, recomandăm următoarele resurse:

- <https://www.elearning.ro/utilizarea-portofoliului-digital-de-catre-elevi> (în limba română);
- <https://sites.google.com/site/k12portfolioapps/> (în limba engleză);
- [ePortfolios organisation](https://ePortfolios.org/) (în limba engleză);
- <https://hbarrett.wordpress.com/how-to/> (în limba engleză).

I.1.7. Aplicarea contextualizată a programelor școlare

Unul dintre principiile de proiectare curriculară care au fundamentat programele școlare este cel al flexibilității și al parcursului individual. Documentul *Repere pentru proiectarea, actualizarea și evaluarea Curriculumului național. Cadrul de referință al curriculumului național*¹⁴ menționează că acest principiu asigură premisele pentru **aplicarea contextualizată a programelor școlare**, pentru **proiectarea unor parcursuri de învățare personalizate**. Un element cheie în acest demers este reprezentat de activitățile de învățare recomandate de programele școlare, care pot răspunde nevoilor diferite de parcurs educațional ale elevilor: elevi cu ritm înalt de învățare, elevi care au nevoie de învățare remedială, elevi cu risc de abandon școlar etc.

• Activitățile remediale – demers individualizat

Activitățile remediale se pot desfășura prin diferențiere în clasă sau prin activitate pe grupe mici, sub forma activităților suplimentare. De asemenea, profesorii pot crea programe educaționale individualizate, cu sprijin intensiv de remediere pentru a ajuta elevii să-și consolideze cunoștințele de bază la diferite discipline de studiu, să stăpânească metodele de învățare, să-și consolideze încrederea și să sporească eficacitatea.

Activitățile remediale pot fi organizate în situațiile în care profesorul a identificat nivelul precar al achizițiilor elevului:

- în urma rezultatelor obținute la evaluarea inițială de la începutul anului școlar (care permite, în cazul de față, evaluarea gradului de dobândire a competențelor specifice stabilite prin curriculumul clasei a IX-a);
- în urma evaluărilor sumative de la finalul unităților de învățare;
- atunci când profesorul observă că progresul în învățare, ca urmare a evaluărilor formative, este prea lent;
- atunci când elevul conștientizează că are nevoie de sprijin și îl solicită.

Câteva sugestii de organizare a activităților remediale:

- activitățile remediale nu presupun reluarea predării unor teme. Sarcinile de lucru vor fi elaborate diferențiat, în funcție de nevoile fiecărui elev;
- profesorul poate proiecta mai multe activități de remediere pentru structurarea unei competențe;
- activitățile remediale necesită a fi centrate pe aspectele la care elevii nu au obținut rezultatele scontate, pe greșelile tipice pe care profesorii le identifică în răspunsurile elevilor, în urma aplicării unei sarcini de evaluare.

• Succesul școlar – noi abordări

În contextul unei nevoi recunoscute pentru măsuri adresate explicit diferitelor categorii de elevi în risc, la nivel european a fost elaborat textul unei propuneri de **Recomandare privind căile succesului școlar**¹⁵.

- Documentul care însoțește textul propunerii de recomandare – gândit ca un set de instrumente oferite școlilor – prezintă pe larg conceptul de succes școlar, înțeles nu doar în termenii „...de achiziții și rezultate academice, dar acoperind elemente precum dezvoltarea personală, socială și emoțională, sănătatea mentală și starea de bine a elevilor. Aceste aspecte sunt considerate nu doar precondiții ale succesului educațional al indivizilor, dar pot fi considerate obiective educaționale, sociale și politice în sine”.
- Documentul readuce în discuție conceptul de *lifelong learning*, explicit legat de succesul în educație, un demers care „îi însoțește pe cei care învață să devină cetățeni maturi și activi, capabili să facă față provocărilor vieții și ale viitorului într-un mod responsabil și autonom”.

¹⁴ https://drive.google.com/file/d/1r8YZCPUG_Tipm1muMpW29XMJ0nBEefj9/view

¹⁵ <https://education.ec.europa.eu/education-levels/school-education/pathways-to-school-success>

- Printre mesajele adresate este și cel referitor la nevoia unei **abordări la nivelul întregii școli** (engl. *whole school approach*) pentru a asigura **succesul școlar al tuturor elevilor**. Un asemenea demers asigură participarea tuturor actorilor interesați la susținerea parcursului educațional al elevilor, prin contribuții semnificative la experiențele de învățare. Aspecte precum *indicatori ai climatului clasei* sau *învățarea în familie* sunt explicate și exemplificate, în documentul menționat și constituie instrumente și exemple de bune practici care pot fi preluate în activitatea școlilor din România.

• Abilitățile socio-emoționale – scop explicit al demersului didactic

Pentru a promova și întreține o motivație pozitivă a elevilor pentru participarea la educație și implicarea în învățare, profesorul trebuie să aibă în vedere îmbunătățirea competențelor socio-emoționale, a atitudinilor pozitive și a comportamentului prosocial. Aceste aspecte sunt **componente din competența personală, socială și de a învăța să înveți**¹⁶.

Competențele socio-emoționale sunt necesare elevilor pentru a-i ajuta „să navigheze” printre provocările personale, sociale și academice cu care se confruntă în viața personală, școlară și în cea profesională viitoare. În planul școlii, studiile arată că **educația socio-emoțională**¹⁷:

- poate contribui în mod direct la prevenirea abandonului școlar;
- poate promova o sănătate mai bună a elevului;
- asigură bazele pentru o motivație mai mare pentru învățare;
- reduce stresul școlar;
- oferă o mai bună integrare în grup și reduce violența școlară;
- susține performanța academică.

În dezvoltarea competențelor socio-emoționale ale elevilor este importantă respectarea următoarelor **principii**¹⁸:

- abordarea unitară – activitățile care vizează aspecte socio-afective sunt asumate și abordate în mod coordonat de toți profesorii școlii;
- perspectiva transcurriculară – aceste activități se regăsesc atât la nivel curricular (prin aria curriculară Consiliere și orientare), cât și transcurricular, **integrate în activitatea didactică la fiecare disciplină de studiu**;
- abordarea experiențială – competențele sociale și emoționale se învață cel mai bine prin implicarea directă a elevilor în activitățile care le oferă ocazia de a învăța și de a exersa abilități socio-emoționale împreună;
- oferirea de modele – profesorii trebuie să își dezvolte ei înșiși competențele sociale și emoționale pentru a le practica și a oferi elevilor un model de urmat;
- implicarea completă – elevii se angajează în activități de educație socio-emoțională atunci când ei înșiși sunt participanți activi la conceperea materialelor și activităților (ex. identificarea temelor, lucrul în comun la proiectarea unei activități etc).

Profesorii pot contribui la crearea unui climat de învățare pozitiv, care să promoveze competențele socio-emoționale, prin **strategii specifice**:

- acordarea de feedback pozitiv și constructiv elevilor, pentru a promova așteptări ridicate și a facilita gândirea critică, învățarea profundă;
- implicarea elevilor în rezolvarea de sarcini provocatoare în planul învățării și al intereselor de cunoaștere;
- promovarea siguranței, conectării și interacțiunilor suportive cu elevii;
- organizarea și gestionarea explicită a clasei, prin reguli corecte și coerente;
- asigurarea de sprijin comportamental pozitiv pentru elevi și strategii de gestionare preventivă a situațiilor de risc;
- promovarea relațiilor de susținere între elevi, prin care dau dovadă de preocupare unii față de alții, se sprijină împotriva hărțuirii și a violenței, rezolvă constructiv conflictele și îi includ pe toți colegii în activitate;
- organizarea de consultări frecvente între profesor și elevi în timpul activităților de învățare;
- organizarea unor variate contexte de lucru în care elevii colaborează în grupuri;
- utilizarea de evaluări colaborative, inclusiv autoevaluarea și evaluarea între colegi.

¹⁶ [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN)

¹⁷ [https://www.oecd.org/education/school/UPDATED%20Social%20and%20Emotional%20Skills%20-%20Well-being,%20connectedness%20and%20success.pdf%20\(website\).pdf](https://www.oecd.org/education/school/UPDATED%20Social%20and%20Emotional%20Skills%20-%20Well-being,%20connectedness%20and%20success.pdf%20(website).pdf)

¹⁸ https://nesetweb.eu/wp-content/uploads/2021/01/NESET_AR3_2020_FULL_WITH-IDENTIFIERS-1.pdf

I.2. DISCIPLINA MATEMATICĂ ÎN ANSAMBLUL CURRICULUMULUI NAȚIONAL

În elaborarea acestei secțiuni am pornit de la *Reperete metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a IX-a în anul școlar 2021-2022*, disciplina Matematică, elaborat de Ministerul Educației și Centrul Național de Politici și Evaluare în Educație (2021). Multe dintre aspectele prezentate în materialul menționat sunt de actualitate și pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023, ca urmare se regăsesc succint și în prezentul material.

I.2.1. Elemente comune tuturor tipurilor de programe pentru disciplina matematică

- Matematica reprezintă o disciplină care definește, relaționează și operează cu o serie de concepte, de principii și de reguli, având drept scop dezvoltarea gândirii logice, cultivarea abilităților de a observa și de a interpreta diverse procese și fenomene, precum și de a înțelege, de a selecta, de a construi și de a aplica diferite metode pentru rezolvarea problemelor
- Înțelegerea și aplicarea conceptelor matematice, precum și dezvoltarea de abilități de rezolvare a problemelor, sunt premise pentru învățarea cu succes în cadrul altor discipline și contribuie, de asemenea, la dezvoltarea abilităților profesionale și a capacității de a rezolva probleme sociale, morale, de mediu etc.
- Mai mult, cunoașterea matematică și structurarea de strategii de gândire, bazate pe raționament logico-matematic, reprezintă un motor în dezvoltarea civilizației umane și sunt implicate, în mod necesar, în identificarea unor răspunsuri rapide, eficiente și sustenabile la schimbarea rapidă a societăților și la provocările cu care individul sau societatea se confruntă
- În curriculumul național, disciplina matematică este prezentă în mod constant de la debutul până la finalul învățământului obligatoriu, fiind continuată în cadrul anumitor filiere, profiluri și specializări pe tot parcursul învățământului preuniversitar
- Disciplina Matematică are o vizibilitate majoră, rezultatele învățării fiind obiectul unor evaluări și examene externe, naționale și internaționale, anuale, la doi ani (evaluări naționale la finalul claselor a II-a, a IV-a, a VI-a, evaluarea națională a absolvenților de clasa a VIII-a, evaluări PISA și TIMSS, examen național de bacalaureat)
- Disciplina Matematică contribuie la profilul de formare al absolventului și la competențele-cheie; în acest sens, prin O.M.E. nr. 3239/05.02.2021 a fost aprobat documentul de politic publice „Repere pentru proiectarea, actualizarea și evaluarea curriculumului național - Cadrul de referință al curriculumului național”, document care are ca anexă profilul absolventului dezvoltat pe cele *opt competențe-cheie din perspectiva învățării pe parcursul întregii vieți* (2018) și pe trei niveluri (elementar – funcțional – dezvoltat); prezentăm, în continuare, decupajul din profilul de formare al absolventului care este în relație directă cu disciplina matematică și care descrie ce se așteaptă în termeni de competențe cheie de la absolvenții diferitelor cicluri de învățământ
- Disciplina matematică vizează în primul rând competența cheie *Competențe în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii* (RECOMANDAREA CONSILIULUI din 22 mai 2018 privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții, [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN))
- Competențele în domeniul matematicii sunt definite drept capacitatea de a dezvolta și de a folosi gândirea și raționamentul matematic pentru a rezolva o serie de probleme în situații de zi cu zi. Se pune accent atât pe procese și activități, cât și pe cunoștințe. Competențele matematice implică, la niveluri diferite, capacitatea și disponibilitatea de a utiliza moduri matematice de gândire și de prezentare (formule, modele, grafice, diagrame
- Cunoștințe, deprinderi și atitudini esențiale legate de această competență:

- a) cunoștințele necesare în domeniul matematicii includ cunoștințe temeinice privind numerele, măsurile și structurile, operațiunile de bază și prezentările matematice de bază, o înțelegere a termenilor și conceptelor matematice, precum și o sensibilizare față de întrebările la care matematica poate oferi răspunsuri
- b) elevii ar trebui să-și formeze deprinderi de a aplica principiile și procesele matematice de bază în contexte de zi cu zi, acasă și la muncă (de exemplu, deprinderi financiare), și să urmărească și să evalueze înșirui de argumente; elevii ar trebui să fie în măsură să utilizeze raționamentul matematic, să înțeleagă dovezile matematice, să comunice în limbaj matematic și să utilizeze instrumente ajutătoare corespunzătoare, inclusiv date statistice și grafice, precum și să înțeleagă aspectele matematice ale digitalizării
- c) o atitudine pozitivă în matematică se bazează pe respectarea adevărului și pe dorința de a căuta raționamente și de a verifica valabilitatea acestora. (sursa: RECOMANDAREA CONSILIULUI din 22 mai 2018 privind competențele-cheie pentru învățarea pe tot parcursul vieții, [https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604\(01\)&from=EN](https://eur-lex.europa.eu/legal-content/RO/TXT/PDF/?uri=CELEX:32018H0604(01)&from=EN))

Competențe în domeniul științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii	Utilizarea limbajului matematic și a unui aparat matematic de bază (numere, operații, reguli elementare) pentru rezolvarea de probleme	Utilizarea unui limbaj <i>corect</i> și a unui aparat matematic <i>diversificat</i> (inclusiv demonstrații și raționamente matematice) pentru identificarea de probleme, stabilirea demersului de rezolvare și prezentarea rezultatelor	Utilizarea unor moduri de gândire și forme de prezentare <i>specifice</i> matematicii (de exemplu, formule, modele, constructe, grafice), inclusiv în relație cu întrebări <i>relevante</i> pentru viața reală
	Utilizarea unor noțiuni, operații și raționamente matematice elementare pentru rezolvarea unor probleme simple, raportate la universul familiar	Valorificarea conceptelor, a cunoștințelor procedural și a raționamentelor matematice, în rezolvarea de probleme raportate la contexte cotidiene date	Construirea demersului de rezolvare a problemelor identificate într-o varietate de contexte, prin aplicarea principiilor și proceselor matematice
	Manifestarea curiozității pentru aflarea adevărului, realizând distincția corect/incorrect pe baza unui set de criterii simple	Manifestarea interesului pentru identificarea soluțiilor unor probleme argumentând demersul matematic utilizat	Preocuparea constantă pentru evaluarea validității unor raționamente matematice aplicate în contexte diverse
	Observarea unor aspecte din mediul apropiat în scopul rezolvării intuitive a unor probleme și al formulării unor predicții în situații simple de viață	Efectuarea unor experimente controlate în scopul explicării unor fenomene, prin aplicarea unor metode specifice științelor	Manifestarea gândirii științifice prin cercetarea unor situații/probleme specifice științelor naturii și prin raportarea propriilor convingeri la rezultatele experimentale validate
	Manifestarea curiozității pentru aflarea adevărului în ceea ce privește funcționarea unor produse și procese	Aplicarea cunoașterii științifice pentru rezolvarea unor probleme din cotidian și pentru explicarea funcționării produselor și proceselor tehnologice	Utilizarea datelor științifice și a instrumentelor tehnologice, pentru a fundamenta concluzii sau decizii

SECȚIUNEA I Premise pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023

	tehnologice simple din mediul apropiat		
	Manifestarea unor deprinderi de comportament adecvat privind sănătatea personală și a mediului înconjurător, influențată de activitatea umană	Analiza problemelor legate de siguranță și dezvoltare durabilă, în condițiile progresului științific și tehnologic, în relație cu propria persoană, cu familia și cu comunitatea	Apreciera avantajelor, limitărilor și riscurilor teoriilor științifice și aplicațiilor tehnologice ale acestora, pentru luarea deciziilor informate și pentru rezolvarea unor probleme de natură etică

I.2.2. Specificul disciplinei Matematică în ansamblul curriculumului național

Pentru anul școlar 2022-2023, procesul de predare-învățare-evaluare pentru clasa a X-a se raportează la:

- programele în vigoare, **Anexa nr. 2 la O.M.E.C.I. nr. 4598/31.08.2004** – programa școlară Matematică, clasa a X-a, ciclul inferior al liceului
- planurile-cadru în vigoare, aprobate prin **O.M.E.C.I. nr. 3410, 3411 din 16.03.2009**
- structura anului școlar 2022-2023, aprobată prin **O.M.E. nr. 3505/31.03.2022**

Nr. ore/ săptămână	Filiera	Profilul	Specializarea
2 ore/ săptămână (2 ore TC)	<i>teoretică</i>	umanist	<i>filologie</i>
	<i>vocațională</i>	artistic	<i>științe sociale</i>
		teologic	<i>toate specializările</i>
		pedagogic	<i>toate specializările</i>
		sportiv	<i>toate specializările</i>
		ordine și securitate publică (MAI)	<i>științe sociale</i>
3 ore/ săptămână (2 ore TC + 1 oră CD)	<i>tehnologică</i>	toate profilurile	<i>toate specializările</i>
4 ore/ săptămână (2 ore TC + 2 ore CD)	<i>teoretică</i>	real	<i>matematică-informatică</i>
	<i>vocațională</i>	militar (MApN)	<i>științe ale naturii</i>
			<i>matematică-informatică</i>

Disciplina Matematică pentru clasa a X-a continuă studiul matematicii de la clasa a IX-a la toate filierele, profilurile și specializările. Totodată, programa disciplinei Matematică pentru clasa a X-a se bazează pe formarea competențelor anterioare din gimnaziu și din clasa a IX-a, având corespondent în programa pentru examenul de bacalaureat. Prin noua structură a anului școlar 2022-2023 nu este afectat modul în care disciplina Matematică va fi studiată, profesorii trebuind să aibă în vedere doar structurarea materiei de studiat în funcție de aceasta (a se vedea aspectele privind planificarea calendaristică, Secțiunea a II-a).

Programa disciplinei matematică pentru clasa a X-a este defalcată pe trei categorii, evidențiate în secțiunea anterioară, după numărul și tipul orelor (2–3–4 ore, trunchi comun + curriculum diferențiat); toate cele 3 programe vizează structurarea aceluiași competențe generale, aceluiași valori și atitudini, diferențele dintre programe fiind la formularea competențelor specifice și privind anumite conținuturi.

Astfel, se recomandă:

- ca accentul învățării matematicii să fie pus pe procesul de învățare, pe raționamentele cognitive și, doar în cele din urmă, pe reproducerea unor afirmații sau pe rezultatul obținut în urma rezolvării de probleme
- a se urmări dezvoltarea capacității elevilor de a face conexiuni intra- și interdisciplinare, precum și între Matematică și viața cotidiană/realitatea înconjurătoare

I.2.2.1. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera vocațională (programa școlară 2 ore)

În cazul profilului pedagogic, în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacității elevilor, viitoare cadre didactice, de a procesa didactic cunoștințele teoretice în vederea predării-învățării matematicii în învățământul preșcolar și primar;
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi și cu alte discipline în scopul dezvoltării competenței de integrare la nivel de bază/ elementar a cunoștințelor matematice cu alte domenii.

În cazul altor profiluri vocaționale decât cel pedagogic, în procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacității elevilor de a utiliza cunoștințele teoretice în rezolvarea de situații problemă;
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi în scopul dezvoltării competenței de integrare a cunoștințelor matematice în activitățile cotidiene.

I.2.2.2. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera tehnologică, respectiv pentru învățământul profesional, inclusiv învățământul profesional dual (programa școlară 3 ore)

Programele școlare au în vedere tipurile de ieșiri din sistemul educațional preuniversitar (continuarea studiilor în ciclul superior al liceului – pentru absolvenții de învățământ profesional, continuarea studiilor universitare în domeniul tehnic/economic – pentru absolvenții de liceu, integrarea pe piața muncii a absolvenților IPT):

- din perspectiva învățământului liceal, filiera tehnologică;
- din perspectiva învățământului profesional.

Trebuie avut în vedere că opțiunile absolvenților de clasa a VIII-a pentru continuarea studiilor în învățământul profesional și tehnic nu reprezintă întotdeauna o opțiune realistă, în baza unor înclinații și aptitudini descoperite și care să fi stat la baza unor abilități dezvoltate anterior. De asemenea, rezultatele învățării anterioare pentru majoritatea elevilor, atât la disciplina matematică precum și în ansamblu, sunt la un nivel mediu. În aceste condiții, disciplina matematică trebuie să fie un răspuns coerent pentru două provocări:

- disciplina matematică – *disciplină de cultură generală*;
- disciplina matematică – *disciplină prin care se structurează competențe specifice care sprijină obținerea de rezultate ale învățării la majoritatea disciplinelor de cultură de specialitate (învățământ profesional și tehnic).*

Pentru a optimiza relația dintre curriculum intenționat și cel realizat, din perspectiva învățământului profesional și tehnic, profesorul – în vederea planificării și proiectării activităților didactice – trebuie să realizeze o lectură critică a programei școlare.

Într-o astfel de perspectivă, trebuie diminuate două **tendințe negative**:

1) *eliminarea/ignorarea intuiției naturale din procesul de învățare a matematicii*; se exagerează în continuare cu metoda structuralistă, în defavoarea intuiției, în condițiile în care educația matematică în majoritatea țărilor nu mai pune accent pe această metodă;

2) *memorarea de „rețete de rezolvare”*, în defavoarea unei învățări sistematice, constructiviste, într-un ansamblu coerent de exemplificări și contextualizări, definiții, rezultate teoretice și, apoi, aplicații relevante.

Cele două tendințe au drept **consecințe**:

- o abordare mecanică a cunoașterii matematice;
- incapacitatea/capacitatea redusă de transfer intra- și interdisciplinar a competențelor matematice.

Astfel, sunt situații în care elevul ajunge să opereze cu obiecte matematice fundamentale ale căror definiții nu le stăpânesc, uneori nici la nivel intuitiv.

Este de menționat faptul că, mai ales în contextul învățământului profesional și tehnic, un aspect ce trebuie abordat cu atenție privește nivelul achizițiilor anterioare asociate domeniului geometriei elementare. Astfel, structurarea noilor competențe la clasele de liceu/învățământ profesional presupune ancore în geometria euclidiană. În acest sens, profesorul va avea în vedere că primul contact al elevului cu rigoarea științifică (în combinație cu intuiția) se face prin geometrie (definiție, ipoteză, concluzie, demonstrație, acestea sprijinindu-se pe reprezentări prin desen).

În procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- conceptualizarea aspectelor teoretice în scopul dezvoltării capacității elevilor de a utiliza cunoștințele teoretice în situații problemă corespunzătoare domeniului tehnologic de specializare al elevului
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi și cu domeniul tehnologic de specializare al elevului în scopul dezvoltării competenței de integrare a cunoștințelor matematice cu alte domenii practice

I.2.2.3. Specificul programei școlare pentru învățământul liceal, filiera teoretică și filiera vocațională, profil militar (programa școlară 4 ore)

În procesul de predare-învățare-evaluare a matematicii se vor avea în vedere:

- dezvoltarea unei gândiri matematice riguroase și structurate din punct de vedere științific care să permită transferul cunoștințelor matematice la alte discipline
- evidențierea legăturilor interdisciplinare ale conceptelor matematice studiate cu viața de zi cu zi și cu alte discipline în scopul dezvoltării competenței de integrare a cunoștințelor matematice cu alte domenii științifice
- formarea unei imagini de ansamblu a matematicii elementare ca parte a unui sistem aflat într-o permanentă evoluție și interacțiune cu celelalte discipline și cu lumea înconjurătoare.

SECȚIUNEA a II-a

Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Secțiunea a II-a conține:

- II.1. Exemple de planificări calendaristice la disciplina matematică, învățământ liceal, programa școlară 4 ore/săptămână
- II.2. Exemple de planificări calendaristice la disciplina matematică, învățământ liceal și profesional, programa școlară 3 ore/săptămână
- II.3. Exemple de planificări calendaristice la disciplina matematică, învățământ liceal, programa școlară 2 ore/săptămână

**Material elaborat
în cadrul grupurilor de lucru pentru disciplina matematică
(GLC 39, GLC 40 și GLC 41)**

II.1. EXEMPLE DE PLANIFICĂRI CALENDARISTICE LA DISCIPLINA MATEMATICĂ, ÎNVĂȚĂMÂNT LICEAL, PROGRAMĂ ȘCOLARĂ 4 ORE/SĂPTĂMÂNĂ

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

Matematică
Clasa a IX-a
4 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS din programa școlară pentru gimnaziu	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	4	S1	Modulul 1
Mulțimea numerelor reale	1.1 2.1 3.1 6.1	Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, partea întreagă, partea fracționară a unui număr real; operații cu intervale de numere reale	8	S2 – S3	
Elemente de logică matematică	4.1 5.1 6.1	- Propoziție, predicat, cuantificatori - Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate, regulile lui De Morgan); raționament prin reducere la absurd	8	S4 – S5	
Inducția matematică și metode de numărare	1.1 4.1 5.1 6.1	- Metoda inducției matematice - Probleme de numărare	8	S6 - S7	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Vectori în plan	1.7 2.7 3.7 4.7 5.7 6.7	- Segment orientat, relația de echipolență, vectori, vectori coliniari - Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli	10	S8 – S9 S10 (2 ore)	Modulul 2
Vectori de poziție - condiții de paralelism	1.8 2.8 5.8 6.8	- Vectorul de poziție al unui punct - Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism)	6	S10 (2 ore) S11	
Vectori de poziție - coliniaritate/ concurență	1.8 2.8 3.8 4.8 5.8 6.8	- Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi) - Teorema bisectoarei, vectorul de poziție al centrului cercului înscris într-un triunghi; ortocentrul unui triunghi; relația lui Sylvester, concurența înălțimilor - Teorema lui Menelau, teorema lui Ceva	12	S12 - S14	
Șiruri de numere reale	1.2 2.2 3.2 4.2 6.2	Modalități de a defini un șir, șiruri mărginite, șiruri monotone	4	S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Progresii aritmetice și geometrice	1.2 4.2 5.2 6.2	- Șiruri particulare: progresii aritmetice, progresii geometrice, formula termenului general în funcție de un termen dat și rație, suma primilor n termeni ai unei progresii - Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică sau geometrică pentru $n \geq 3$	8	S16 - S17	Modulul 3
Funcții – lecturi grafice	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, lecturi grafice. Egalitatea a două funcții, imaginea și preimaginea unei	8	S18 – S19	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		mulțimi printr-o funcție, graficul unei funcții, restricții ale unei funcții - Funcții numerice ($F = \{f : D \rightarrow \mathbb{R} \mid D \subseteq \mathbb{R}\}$); reprezentarea geometrică a graficului; intersecția cu axele de coordonate, rezolvări grafice ale unor ecuații și inecuații de forma $f(x) = g(x)$ ($\leq, <, >, \geq$); proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie; alte proprietăți: paritate, imparitate, simetria graficului față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$, periodicitate - Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice			
Funcția de gradul I	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonia și semnul funcției; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ (sau prin studierea semnului raportului $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$) - Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), studiate pe $\mathbb{R}$ sau pe intervale de numere reale - Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale - Sisteme de inecuații de gradul I	8	S20 – S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Elemente de trigonometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	- Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : [0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ - Definirea funcțiilor trigonometrice:	12	S22 – S24	Modulul 4

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		$\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1], \cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1,1]$ $\operatorname{tg} : \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}, \text{ unde } D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ $\operatorname{ctg} : \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}, \text{ unde } D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ Reducerea la primul cadran, formule trigonometrice: $\sin(a+b), \sin(a-b), \cos(a+b), \cos(a-b), \sin 2a,$ $\cos 2a, \sin a + \sin b, \sin a - \sin b, \cos a + \cos b,$ $\cos a - \cos b$ (transformarea sumei în produs)			
Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în rezolvarea triunghiurilor	1.10 2.10 3.10 4.10 5.10 6.10	- Produsul scalar a doi vectori: definiție, proprietăți. Aplicații: teorema cosinusului, condiții de perpendicularitate, rezolvarea triunghiului dreptunghic - Aplicații vectoriale și trigonometrice în geometrie: teorema sinusurilor, rezolvarea triunghiurilor oarecare	8	S25 – S26	
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Calculul unor distanțe și arii	1.10 2.10 4.10 5.10 6.10	Calcularea razei cercului înscris și a razei cercului circumscris în triunghi, calcularea lungimilor unor segmente importante din triunghi, calcul de arii	4	S28	
Funcția de gradul al II-lea	1.5 2.5 3.5 4.5 5.5 6.5	- Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$	8	S29 - S30	Modulul 5
Școala altfel***				S31	
Interpretarea geometrică a	1.6 2.6	Monotonie; studiul monotoniei prin semnul diferenței $f(x_1) - f(x_2)$ sau prin rata creșterii/descreșterii	12	S32 - S34	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea	3.6 4.6 5.6 6.6	$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$, $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$, $x_1 \neq x_2$; punct de extrem (vârful parabolei) - Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, studiate pe $\mathbb{R}$ sau pe intervale de numere reale, interpretare geometrică: imagini și preimagini ale unor intervale (proiecțiile unor porțiuni de parabolă pe axe) - Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$ - Rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} a_1x^2 + b_1x + c_1 = y \\ a_2x^2 + b_2x + c_2 = y \end{cases}$, unde $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{R}$; interpretare geometrică			
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a IX-a	- Mulțimea numerelor reale - Funcții - Elemente de geometrie vectorială - Elemente de trigonometrie - Rezolvarea triunghiurilor, calculul de distanțe și arii - Probleme de sinteză	8	S35 – S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a IX-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S31.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,10}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi și elemente de logică matematică*
 $m = 2$ pentru *Șiruri*
 $m = 3$ pentru *Funcții; lecturi grafice*
 $m = 4$ pentru *Funcția de gradul I*
 $m = 5$ pentru *Funcția de gradul al II-lea*
 $m = 6$ pentru *Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea*
 $m = 7$ pentru *Vectori în plan*
 $m = 8$ pentru *Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană*
 $m = 9$ pentru *Elemente de trigonometrie*
 $m = 10$ pentru *Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21			
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27			
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023*

 Matematică
 Clasa a X-a
 4 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	4	S1	Modulul 1
Numere reale – puteri și radicali	1.1 2.1 3.1 5.1 6.1	- Radical dintr-un număr rațional, $n \geq 2$; proprietăți ale radicalilor - Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv - Aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale	6	S2 S3 (2 ore)	
Numere reale – logaritmi	2.1 3.1 5.1	- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor - Calcule cu logaritmi, operația de logaritmare	6	S3 (2 ore) S4	
Mulțimea numerelor complexe $\mathbb{C}$	1.1 3.1 4.1 5.1 6.1	- Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex operații cu numere complexe - Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe. Interpretarea geometrică a înmulțirii numerelor complexe cu un număr real - Rezolvarea în $\mathbb{C}$ a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali. Ecuații bipătrate	12	S5 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Numere complexe sub formă trigonometrică	1.1 3.1 4.1 5.1 6.1	- Numere complexe sub forma trigonometrică (coordonate polare în plan) - Înmulțirea numerelor complexe și interpretare geometrică, ridicarea la putere (formula lui Moivre) - Rădăcinile de ordinul n ale unui număr complex. Ecuații binome	6	S8 S9 (2ore)	Modulul 2
Funcții	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate; definiție, exemple, proprietăți grafice - Funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă - Funcția putere cu exponent natural $f:D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=x^n$ și $n \geq 2$ - Funcția radical $f:D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[n]{x}$, $n \geq 2$, unde $D=[0,+\infty)$ pentru n par și $D=\mathbb{R}$ pentru n impar - Funcția exponențială $f:\mathbb{R} \rightarrow (0,+\infty)$, $f(x)=a^x$, $a \in (0,+\infty)$, $a \neq 1$; proprietăți, creștere exponențială. - Funcția logaritmică $f:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=\log_a x$, $a \in (0,+\infty)$, $a \neq 1$; proprietăți, creștere logaritmică Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.	10	S9 (2ore) S10 – S11	
Ecuații	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: - ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3 - ecuații exponențiale - ecuații logaritmice	10	S12 – S13 S14 (2 ore)	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Funcții trigonometrice	1.2 2.2 4.2 5.2 6.2	- Funcții trigonometrice directe - Funcții trigonometrice inverse	6	S14 (2ore) S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Ecuatii trigonometrice	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	Rezolvări de ecuații trigonometrice folosind proprietățile funcțiilor: $\sin x = a$, $\cos x = a$, $a \in [-1,1]$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$, $a \in \mathbb{R}$, $\sin(f(x)) = \sin(g(x))$, $\cos(f(x)) = \cos(g(x))$, $\operatorname{tg}(f(x)) = \operatorname{tg}(g(x))$, $\operatorname{ctg}(f(x)) = \operatorname{ctg}(g(x))$, $a \sin x + b \cos x = c$, unde numerele reale a, b, c nu sunt simultan nule	6	S16 S17 (2ore)	Modulul 3
Metode de numărare	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Mulțimi finite ordonate. Numărul funcțiilor $f : A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite - Permutări: numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente; numărul funcțiilor bijective $f : A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite - Aranjamente; numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite; numărul funcțiilor injective $f : A \rightarrow B$, unde A și B sunt mulțimi finite - Combinări - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente. Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente	12	S17 (2ore) S18 – S19 S20 (2ore)	
Binomul lui Newton	2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	Binomul lui Newton	6	S20 (2ore) S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Reper cartezian în plan	1.5	• Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan • Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real • Ecuații ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte • Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan	14	S22 – S24 S25 (2ore)	Modulul 4
	2.5				
	3.5				
	4.5				
	5.5				
	6.5				
Distanțe și arii	1.5	• Calcule de distanțe și arii	6	S25 (2ore) S26	
	3.5				
	4.5				
	5.5				
	6.5				
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Matematici financiare	1.4	• Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA • Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie <i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>	10	S28 – S29 S30 (2 ore)	
	2.4				
	3.4				
	4.4				
	5.4				
	6.4				
Elemente de probabilități	1.4	• Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile • Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate: schema lui Poisson și schema lui Bernoulli	10	S30 (2ore) S31 - S32	Modulul 5
	2.4				
	3.4				
	4.4				
	5.4				
	6.4				
Școala altfel***				S33	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a X-a	• Mulțimi de numere • Funcții și ecuații • Probleme de sinteză	12	S34 - S35 S36	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a X-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S33.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,5}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru Mulțimi de numere
 $m = 2$ pentru Funcții și ecuații
 $m = 3$ pentru Metode de numărare
 $m = 4$ pentru Matematici financiare
 $m = 5$ pentru Geometrie

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar :										
Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21			
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27			
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Scoala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a XI-a
4 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	<i>Recapitulare – clasa a X-a</i> <i>Evaluare inițială</i> <i>Activități remediale și/sau de progres</i>	4	S1	Modulul 1
Funcții reale de variabilă reală	1.2 2.2 4.2 5.2	- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$ - Funcții reale de variabilă reală: funcția polinomială, funcția rațională, funcția putere, funcția radical, funcția logaritmică, funcția exponențială, funcții trigonometrice directe și inverse	4	S2	
Șiruri de numere reale	1.2 2.2 3.2 5.2	- Limita unui șir utilizând vecinătăți, proprietăți - Șiruri convergente: intuitiv, comportarea valorilor unei funcții cu grafic continuu când argumentul se apropie de o valoare dată, șiruri convergente; exemple semnificative: $(a^n)_n$, $(n^a)_n$, $\left(1 + \frac{1}{n}\right)_n$ (fără demonstrație), operații cu șiruri convergente, convergența șirurilor utilizând proprietatea	8	S3 – S4	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		Weierstrass. Numărul e ; limita șirului $\left(\left(1+u_n\right)^{\frac{1}{u_n}} \right)_n$, cu $u_n \rightarrow 0$			
Limite de funcții	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, calculul limitelor laterale - Calculul limitelor pentru funcțiile studiate; cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty-\infty$, $0 \cdot \infty$, 1^∞, ∞^0, 0^0 - Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, oblice	12	S5 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Permutări	1.1 3.1 6.1	- Noțiunea de permutare, operații, proprietăți - Inversiuni, semnul unei permutări	6	S8 S9 (2 ore)	Modulul 2
Matrice	1.1 2.1 3.1 6.1	- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice - Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți	10	S9 (2 ore) S10 - S11	
Determinanți	3.1 4.1 6.1	- Determinant de ordin n, proprietăți - Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan	10	S12 - S13 S14 (2 ore)	
Matrice inversabile	3.1 4.1 5.1 6.1	- Matrice inversabile din $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $n \leq 4$ - Ecuatii matriceale	6	S14 (2 ore) S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Continuitatea funcțiilor	1.2 2.2 4.2 6.2	Interpretarea grafică a continuității unei funcții, studiul continuității în puncte de pe dreapta reală pentru funcțiile studiate, operații cu funcții continue	8	S16 – S17	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Proprietăți ale funcțiilor continue pe intervale	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale, proprietatea lui Darboux, studiul existenței soluțiilor unor ecuații în $\mathbb{R}$	8	S18 – S19	
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Derivabilitatea funcțiilor	2.2 3.2 4.2 6.2	Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate	10	S20 - S21 S22 (2 ore)	Modulul 4
Funcții derivabile pe un interval	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Funcții derivabile pe un interval: puncte de extrem ale unei funcții, teorema lui Fermat, teorema Rolle, teorema Lagrange și interpretarea lor geometrică, consecințe ale teoremei lui Lagrange: derivata unei funcții într-un punct - Regulile lui l’Hospital <i>NOTA: Se utilizează exprimarea „proprietatea lui”, „regula lui ...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i>	10	S22 (2 ore) S23 – S24	
Rolul derivatelor de ordinal I și al II-lea în studiul funcțiilor	3.2 4.2 5.2 6.2	- Rolul derivatei I în studiul funcțiilor: puncte de extrem, monotonia funcțiilor - Rolul derivatei a II-a în studiul funcțiilor: concavitate, convexitate, puncte de inflexiune	8	S25 – S26	
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	Modulul 5
Reprezentarea grafică a funcțiilor	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvarea grafică a ecuațiilor, utilizarea reprezentării grafice a funcțiilor în determinarea numărului de soluții ale unei ecuații. - Reprezentarea grafică a funcțiilor - Reprezentarea grafică a conicelor (cerc, elipsă, hiperbolă, parabolă)	14	S29 – S31 S32 (2 ore)	
Sisteme de ecuații liniare	3.1 4.1 5.1 6.1	- Sisteme liniare cu cel mult 4 necunoscute, sisteme de tip Cramer, rangul unei matrice - Studiul compatibilității și rezolvarea sistemelor: proprietatea Kroneker-Capelli, proprietatea Rouché, metoda Gauss	14	S32 (2 ore) S33 – S35	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	- Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare - Elemente de analiză matematică	4	S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XI-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 6 – 12 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare

$m = 2$ pentru Elemente de analiză matematică

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 3 februarie 2023 (4 săptămâni)	16	17	18	19					
Modulul 4	13 februarie – 6 aprilie 2023 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	20	21	22	23	24	25	26	27	
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023*

 Matematică
 Clasa a XII-a
 4 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare	CS vizate de programa școlară cls. a XI-a	Recapitulare – clasa a XI-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	8	S1 - S2	Modulul 1
Primitive	1.2 2. 2 6.2.2	• Probleme care conduc la noțiunea de integrală • Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții, proprietăți ale integralei nedefinite: liniaritate. Primitive uzuale	10	S3 - S4 S5 (2 ore)	
Legi de compoziție	1.1 2.1	• Lege de compoziție internă (operație algebrică), tabla operației, parte stabilă; proprietăți	10	S5 (2 ore) S6 - S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Grupuri	3.1.1 4.1 5.1.1 6.1.1	• Grup; exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, $\mathbb{Z}_n$ • Morfism, izomorfism de grupuri • Subgrup	10	S8 - S9 S10 (2 ore)	Modulul 2
Grupuri finite	4.1 5.1.1 6.1.1	• Grup finit, tabla operației, ordinul unui element	6	S10 (2 ore) S11	
Funcții integrabile	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.1.2	• Diviziuni ale unui interval $[a,b]$, norma unei diviziuni, sistem de puncte intermediare. Sume Riemann, interpretare geometrică. Definiția integrabilității unei funcții pe un interval $[a,b]$ • Formula Leibniz – Newton	10	S12 - S13 S14 (2 ore)	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

		Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare			
Proprietăți de integrabilitate ale funcțiilor continue	5.2 6.1.2 6.2.2	- Integrabilitatea funcțiilor continue - Teorema de medie, interpretare geometrică, teorema de existență a primitivelor unei funcții continue	6	S14 (2 ore) S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Inele și corpuri	3.1.1 4.1 5.1.1 6.1.1	- Inel, exemple: inele numerice ($\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$), $\mathbb{Z}_n$ - Inele de matrice, inele de funcții reale - Corp, exemple: corpuri numerice ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$), $\mathbb{Z}_p$, p prim, corpuri de matrice - Morfisme de inele și de corpuri	8	S16 - S17	Modulul 3
Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{Z}_p$, p prim)	1.1 2.1 3.2.1 5.2.1 6.2.1	- Forma algebrică a unui polinom, funcția polinomială, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar) - Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner - Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; c.m.m.d.c. și c.m.m.m.c. al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili - Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète	16	S18 - S19 S20 - S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Integrala definită: metode de integrare	3.2 5.2	Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, $\text{grad} Q \leq 4$, prin metoda descompunerii în fracții simple	12	S22 - S24	Modulul 4
Săptămâna verde***				S25	
Aplicații ale integralei definite	3.2 5.2 6.1.2	- Aria unei suprafețe plane - Volumul unui corp de rotație - Calculul unor limite de șiruri folosind integrala definită	8	S26 - S27	
Vacanță (7.04.2023 – 18.04.2023)					
Ecuatii algebrice	3.2.1 5.2.1 6.2.1	Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate	8	S28 - S29	Modulul 5
Școala altfel***				S30	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Teme de sinteză 1	Toate CS din programa examenului național de bacalaureat, clasele a IX-a – a X-a	<i>Clasa a IX-a</i> • Mulțimi și elemente de logică matematică • Funcții: șiruri; funcții – lecturi grafice; funcția de gradul I; funcția de gradul al II-lea; interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea • Vectori în plan • Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană • Elemente de trigonometrie • Aplicații ale trigonometriei și ale produsului scalar a doi vectori în geometria plană <i>Clasa a X-a</i> • Mulțimi de numere: numere reale; mulțimea $\mathbb{C}$ • Funcții și ecuații • Metode de numărare • Matematici financiare • Geometrie	6	S31 S32 (2 ore)	
Teme de sinteză 2	Toate CS din programa examenului național de bacalaureat	<i>Clasa a XI-a</i> • Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare: matrice, determinanți, sisteme de ecuații liniare. Elemente de analiză matematică: limite de funcții, continuitate, derivabilitate, reprezentarea grafică a funcțiilor <i>Clasa a XII-a</i> • Elemente de algebra: grupuri, inele și corpuri, inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ • Elemente de analiză matematică: primitive, integrala definită	6	S32 (2 ore) S33	
Teme de sinteză 3	Toate CS din programa examenului național de bacalaureat	• Probleme pregătitoare pentru bacalaureat	4	S34	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 02 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S25 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S30.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Elemente de algebră*
 $m = 2$ pentru *Elemente de analiză matematică*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 2 iunie 2023 (6 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023**II.2. EXEMPLE DE PLANIFICĂRI CALENDARISTICE LA DISCIPLINA MATEMATICĂ, ÎNVĂȚĂMÂNT LICEAL, PROGRAMĂ ȘCOLARĂ 3 ORE/SĂPTĂMÂNĂ**

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***Matematică
Clasa a IX-a
3 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS din programa școlară pentru gimnaziu	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	6	S1-S2	Modulul 1
Mulțimea numerelor reale	1.1 2.1 3.1 6.1	• Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, operații cu intervale de numere reale	6	S3 – S4	
Elemente de logică matematică. Inducția matematică	1.1 4.1 5.1 6.1	• Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd • Metoda inducției matematice	9	S5 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Vectori în plan	1.7 2.7 3.7 4.7 5.7	• Segment orientat, vectori, vectori coliniari • Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari;	7	S8 – S9 S10 (1 oră)	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	6.7	condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli			
Vectori de poziție	1.8 2.8 3.8 4.8 5.8 6.8	- Vectorul de poziție al unui punct - Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism) - Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)	5	S10 (2 ore) S11	
Șiruri de numere reale. Progresii aritmetice	1.2 2.2 3.2 4.2 6.2	- Modalități de a descrie un șir - Șiruri particulare: progresii aritmetice; determinarea termenului general al unei progresii aritmetice; suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice - Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică pentru $n \geq 3$	6	S12-S13	
Șiruri de numere reale. Progresii geometrice	1.2 4.2 5.2 6.2	- Șiruri particulare: progresii geometrice; determinarea termenului general al unei progresii geometrice; suma primilor n termeni ai unei progresii geometrice - Condiția ca n numere să fie în progresie geometrică pentru $n \geq 3$	6	S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcții – lecturi grafice	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții - Funcții numerice $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului; intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate - Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice	8	S16 – S17 S18 (2 ore)	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Funcția de gradul I	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției; - Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe $\mathbb{R}$ - Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale	10	S18 (1 oră) S19 – S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Elemente de trigonometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	- Rezolvarea triunghiului dreptunghic - Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos: [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg}: [0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg}: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ - Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ $\operatorname{tg}: \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}$, unde $D = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\operatorname{ctg}: \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}$, unde $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ - Reducerea la primul cadran, formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$	9	S22 – S24	Modulul 4
Aplicații ale trigonometriei în geometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului	6	S25 – S26	
Săptămâna verde***				S27	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Funcția de gradul al II-lea	1.5	- Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$	9	S28 - S30	
	2.5				
	3.5				
	4.5				
	5.5				
	6.5				
Școala altfel***				S31	
Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea	1.6	- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei); interpretare geometrică - Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică - Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$	6	S32 - S33	Modulul 5
	2.6				
	3.6				
	4.6				
	5.6				
	6.6				
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a IX-a	- Mulțimi și elemente de logică matematică - Funcții - Elemente de geometrie vectorială - Elemente de trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie	3	S34	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S35-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a IX-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S31.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,9}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi și elemente de logică matematică*
 $m = 2$ pentru *Șiruri*
 $m = 3$ pentru *Funcții; lecturi grafice*
 $m = 4$ pentru *Funcția de gradul I*
 $m = 5$ pentru *Funcția de gradul al II-lea*
 $m = 6$ pentru *Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea*
 $m = 7$ pentru *Vectori în plan*
 $m = 8$ pentru *Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană*
 $m = 9$ pentru *Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a X-a
3 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	6	S1-S2	Modulul 1
Numere reale – puteri și radicali	1.1 2.1 3.1 5.1 6.1	- Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale - Radical dintr-un număr rațional (ordinul 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor	9	S3-S5	
Numere reale – logaritmi	2.1 3.1 5.1	- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor - Calculul cu logaritmi, operația de logaritmare	6	S6-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Mulțimea numerelor complexe $\mathbb{C}$	1.1 3.1 4.1 5.1 6.1	- Numere complexe sub forma algebrică, conjugatul unui număr complex operații cu numere complexe - Interpretarea geometrică a operațiilor de adunare și scădere a numerelor complexe. Interpretarea geometrică a înmulțirii numerelor complexe cu un număr real - Rezolvarea în $\mathbb{C}$ a ecuației de gradul al doilea cu coeficienți reali Ecuații bipătrate	12	S8–S11	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Funcții	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Injectivitate, surjectivitate, bijectivitate, funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca funcția să fie inversabilă - Funcții inversabile: definiție, proprietăți grafice, condiția necesară și suficientă ca o funcție să fie inversabilă - Funcția putere cu exponent natural $f: \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = x^n$ și $n \geq 2$ - Funcția radical $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n = 2, 3$, unde $D = [0, +\infty)$ pentru n par și $D = \mathbb{R}$ pentru n impar - Funcția exponențială $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = a^x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$, creștere exponențială - Funcția logaritmică $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$, creștere logaritmică <i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.</i>	12	S12-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcții	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	Funcții trigonometrice directe și inverse <i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.</i>	6	S16-S17	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Ecuatii	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: - ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3 - ecuații exponențiale - ecuații logaritmice	12	S18-S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Metode de numărare	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Metoda inducției matematice - Mulțimi finite ordonate. - Permutări – numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente - Aranjamente – numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite - Combinări - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente. - Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente - Binomul lui Newton	10	S22-S24 S25 (1 oră)	Modulul 4
Reper cartezian în plan	1.5 2.5 3.5 4.5 5.5 6.5	- Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan - Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real	5	S25(2 ore) S26	
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Ecuatii ale dreptei în plan. Aplicații la distanțe și arii	1.5 3.5 4.5 5.5	Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte	6	S28-S29	Modulul 5

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	6.5	- Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan - Calcul de distanțe și arii			
Școala altfel***				S30	
Matematici financiare	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA - Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice - Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie <i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>	5	S31 S32 (2 ore)	
Elemente de probabilități	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile - Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate: schema lui Poisson și schema lui Bernoulli	4	S32 (1 oră) S33	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a X-a	- Mulțimi de numere - Funcții și ecuații - Probleme de sinteză	3	S34	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S35-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a X-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S30.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,5}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi de numere*
 $m = 2$ pentru *Funcții și ecuații*
 $m = 3$ pentru *Metode de numărare*
 $m = 4$ pentru *Matematici financiare*
 $m = 5$ pentru *Geometrie*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a XI-a
3 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	<i>Recapitulare – clasa a X-a</i> <i>Evaluare inițială</i> <i>Activități remediale și/sau de progres</i>	3	S1	Modulul 1
Funcții reale de variabilă reală	1.2 2.2 4.2 5.2	- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$ - Funcții reale de variabilă reală: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2	7	S2-S3 S4 (1 oră)	
Limite de funcții	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei unei funcții într-un punct utilizând vecinătăți, limite laterale pentru: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2 - Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția	11	S4 (2 ore) S5 – S7	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2 • Cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții: $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty$ • Asimptotele graficului funcțiilor studiate: asimptote verticale, orizontale și oblice			
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Matrice	1.1 2.1 3.1 6.1	• Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice • Operații cu matrice: adunarea, înmulțirea, înmulțirea unei matrice cu scalar, proprietăți	10	S8 - S10 S11 (1 oră)	Modulul 2
Determinanți	3.1 4.1 6.1	• Determinant de ordin cel mult 3, proprietăți • Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și coliniaritatea a trei puncte în plan	8	S11 (2 ore) S12 - S13	
Matrice inversabile	3.1 4.1 5.1 6.1	• Matrice inversabile din $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, $n = 2, 3$ • Ecuatii matriceale	6	S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcții continue	1.2 2.2 4.2 6.2	• Interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue	6	S16 – S17	Modulul 3
Proprietăți ale funcțiilor continue pe intervale	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	• Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale utilizând consecința proprietății lui Darboux	6	S18 – S19	
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Funcții derivabile	2.2 3.2 4.2 6.2	• Tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile, operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatelor de ordin I și al II-lea pentru funcțiile studiate	12	S20 - S23	Modulul 4

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		Regulile lui l'Hospital pentru cazurile $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ <i>NOTA: Se utilizează exprimarea „proprietatea lui”, „regula lui ...”, pentru a sublinia faptul că se face referire la un rezultat matematic utilizat în aplicații, dar a cărui demonstrație este în afara programei.</i>			
Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rolul derivatelor de ordinul I și al II-lea în studiul funcțiilor: - monotonie - puncte de extrem - concavitate, convexitate	9	S24-S26	
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	
Reprezentarea grafică a funcțiilor	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	Reprezentarea grafică a funcțiilor	7	S29 – S30 S31 (1 oră)	
Sisteme de ecuații liniare	3.1 4.1 5.1 6.1	- Sisteme liniare cu cel mult 3 necunoscute, forma matriceală a unui sistem liniar - Metode de rezolvare a sistemelor liniare: Metoda Cramer, metoda Gauss	5	S31 (2 ore) S32	Modulul 5
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	- Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare - Elemente de analiză matematică	3	S33	
Stagii de pregătire practică – 4 săptămâni (S34-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XI-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 6 – 12 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare*

$m = 2$ pentru *Elemente de analiză matematică*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 3 februarie 2023 (4 săptămâni)	16	17	18	19				
Modulul 4	13 februarie – 6 aprilie 2023 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	20	21	22	23	24	25	26	27
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35,36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a XII-a
3 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară cls. a XI-a	Recapitulare – clasa a XI-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	3	S1	Modulul 1
Primitive	1.2 2. 2 6.2	• Probleme care conduc la noțiunea de integrală • Primitivele unei funcții. Integrala nedefinită a unei funcții continue, proprietatea de liniaritate a integralei nedefinite • Primitive uzuale	9	S2 – S4	
Integrala definită	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.1.2	• Definirea integralei Riemann a unei funcții continue prin formula Leibniz-Newton • Proprietăți ale integralei definite: liniaritate, monotonie, aditivitate în raport cu intervalul de integrare	9	S5- S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Legi de compoziție	1.1 2.1	• Lege de compoziție internă, tabla operației	6	S8 – S9	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Grupuri	3.1 4.1 5.1 6.1	- Grup, exemple: grupuri numerice, grupuri de matrice, grupuri de permutări, $\mathbb{Z}_n$ - Morfism, izomorfism de grupuri	12	S10 – S13	
Inele și corpuri	3.1.1 4.1 5.1.1 6.1.1	- Inel, exemple: inele numerice ($\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$), $\mathbb{Z}_n$ - Inele de matrice, inele de funcții reale - Corp, exemple: corpuri numerice ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$), $\mathbb{Z}_p$, p prim	6	S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Integrala definită: metode de integrare	3.2 5.2	Metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți, integrarea prin schimbare de variabilă. Calculul integralelor de forma $\int_a^b \frac{P(x)}{Q(x)} dx$, $\text{grad} Q \leq 4$, prin metoda descompunerii în fracții simple	12	S16 – S19	Modulul 3
Aplicații ale integralei definite	3.2 5.2 6.1.2	- Aria unei suprafețe plane - Volumul unui corp de rotație	6	S20 – S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Săptămâna verde***				S22	Modulul 4
Inele de polinoame cu coeficienți într-un corp comutativ ($\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{Z}_p$, p prim)	1.1 2.1 3.2.1 5.2.1 6.2.1	- Forma algebrică a unui polinom, operații (adunarea, înmulțirea, înmulțirea cu un scalar) - Teorema împărțirii cu rest; împărțirea polinoamelor, împărțirea cu $X - a$, schema lui Horner - Divizibilitatea polinoamelor, teorema lui Bézout; $c.m.m.d.c.$ și $c.m.m.m.c.$ al unor polinoame, descompunerea unor polinoame în factori ireductibili - Rădăcini ale polinoamelor, relațiile lui Viète pentru polinoame de grad cel mult 4	10	S23 – S25 S26 (1 oră)	
Ecuatii algebrice	3.2.1 5.2.1 6.2.1	Rezolvarea ecuațiilor algebrice cu coeficienți în $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, ecuații binome, ecuații reciproce, ecuații bipătrate	5	S26 (2 ore) S27	
Vacanță (7.04.2023 – 18.04.2023)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Teme de sinteză	Toate CS din programa examenului național de bacalaureat, clasele a IX-a – a XII-a	conform programei examenului național de bacalaureat, aflată în vigoare	9	S28 – S30	Modulul 5
Școala altfel***				S31	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S32-S34)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 02 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S22 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S31.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Elemente de algebră*
 $m = 2$ pentru *Elemente de analiză matematică*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 2 iunie 2023 (6 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a IX-a (învățământ profesional)
 3 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS din programa școlară pentru gimnaziu	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	6	S1-S2	Modulul 1
Mulțimea numerelor reale	1.1 2.1 3.1 6.1	• Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, operații cu intervale de numere reale	6	S3 – S4	
Elemente de logică matematică. Inducția matematică	1.1 4.1 5.1 6.1	• Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd • Metoda inducției matematice	9	S5 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Vectori în plan	1.7 2.7 3.7 4.7 5.7 6.7	• Segment orientat, vectori, vectori coliniari • Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli	6	S8 – S9	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Vectori de poziție	1.8 2.8 3.8 4.8 5.8 6.8	- Vectorul de poziție al unui punct - Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism) - Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)	5	S10 S11 (2 ore)	
Șiruri de numere reale. Progresii aritmetice	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Modalități de a descrie un șir - Șiruri particulare: progresii aritmetice; determinarea termenului general al unei progresii aritmetice; suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice - Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică pentru $n \geq 3$	5	S11 (1 oră) S12 S13 (1 oră)	
Șiruri de numere reale. Progresii geometrice	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Șiruri particulare: progresii geometrice; determinarea termenului general al unei progresii geometrice; suma primilor n termeni ai unei progresii geometrice - Condiția ca n numere să fie în progresie geometrică pentru $n \geq 3$	5	S13 (2 ore) S14	
Stagiu de pregătire practică – 1 săptămână				S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcții – lecturi grafice	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții - Funcții numerice $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului; intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate - Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice	8	S16 – S17 S18 (2 ore)	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Funcția de gradul I	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției; - Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe $\mathbb{R}$ - Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale	7	S18 (1 oră) S19 – S20	
Stagiu de pregătire practică – 1 săptămână				S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Elemente de trigonometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	- Rezolvarea triunghiului dreptunghic - Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos: [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg}: [0, \pi] - \left\{\frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg}: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ - Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ $\operatorname{tg}: \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}$, unde $D = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$ $\operatorname{ctg}: \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}$, unde $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ - Reducerea la primul cadran, formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$	9	S22 – S24	Modulul 4
Aplicații ale trigonometriei în geometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului	6	S25 – S26	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Funcția de gradul al II-lea	1.5 2.5 3.5 4.5 5.5 6.5	- Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$	9	S28 - S30	Modulul 5
Școala altfel***				S31	
Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea	1.6 2.6 3.6 4.6 5.6 6.6	- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei); interpretare geometrică - Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică - Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$	6	S32 - S33	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a IX-a	- Mulțimi și elemente de logică matematică - Funcții - Elemente de geometrie vectorială - Elemente de trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie	3	S34	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S35-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a IX-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S31.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,9}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi și elemente de logică matematică*
 $m = 2$ pentru *Șiruri*
 $m = 3$ pentru *Funcții; lecturi grafice*
 $m = 4$ pentru *Funcția de gradul I*
 $m = 5$ pentru *Funcția de gradul al II-lea*
 $m = 6$ pentru *Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea*
 $m = 7$ pentru *Vectori în plan*
 $m = 8$ pentru *Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană*
 $m = 9$ pentru *Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Scoala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a X-a (învățământ profesional)
 1 oră/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a	Recapitulare – clasa a IX-a	1	S1	Modulul 1
Numere reale – puteri și radicali	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	- Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale - Radical dintr-un număr rațional (ordinul 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor	4	S2-S5	
Stagii de pregătire practică – 2 săptămâni				S6-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Numere reale – logaritmi	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor - Calcul cu logaritmi, operația de logaritmare	6	S8–S13	Modulul 2
Stagii de pregătire practică – 2 săptămâni				S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcția putere. Funcția radical	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	Funcția putere cu exponent natural $f : \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = x^n$ și $n \geq 2$	6	S16-S21	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	6.2	- Funcția radical $f:D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=\sqrt[n]{x}$, $n=2,3$, unde $D=[0,+\infty)$ pentru n par și $D=\mathbb{R}$ pentru n impar - Funcția exponențială $f:\mathbb{R} \rightarrow (0,+\infty)$, $f(x)=a^x$, $a \in (0,+\infty)$, $a \neq 1$, creștere exponențială - Funcția logaritmică $f:(0,+\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x)=\log_a x$, $a \in (0,+\infty)$, $a \neq 1$, creștere logaritmică			
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Ecuatii	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: - ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3	3	S22-S25	Modulul 4
Stagii de pregătire practică – 2 săptămâni				S25-S26	
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Ecuatii	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: - ecuații exponențiale - ecuații logaritmice	4	S28-S31	Modulul 5
Școala altfel***				S32	
Recapitulare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a X-a	- Numere reale - Funcții și ecuații	2	S33-S34	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S35-S37)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a X-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S30.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi de numere*
 $m = 2$ pentru *Funcții și ecuații*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a XI-a (învățământ profesional)
 1 oră/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	Recapitulare – clasa a X-a	1	S1	Modulul 1
Metode de numărare	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Permutări – numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente - Aranjamente – numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite - Combinări - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente.	4	S2-S6	
Stagii de pregătire practică – 2 săptămâni				S6 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Matematici financiare	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA <i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>	6	S8 - S13	Modulul 2
Stagii de pregătire practică – 2 săptămâni				S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Ecuatii ale dreptei în plan. Aplicații la distanțe și arii	1.5 3.5 4.5 5.5 6.5	- Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte - Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan - Calcul de distanțe și arii	4	S16 – S19	Modulul 3
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Elemente de statistică matematică	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice - Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie <i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>	5	S20 - S24	Modulul 4
Stagii de pregătire prcatică – 2 săptămâni				S25-S26	
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	Modulul 5
Probabilități	2.4 3.4 4.4 6.4	- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile. - Probabilități condiționate	3	S29 – S31 S31 (1 oră)	
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	- Metode de numărare - Matematici financiare - Geometrie	2	S32-33	
Stagii de pregătire prcatică – 4 săptămâni (S34-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XI-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 6 – 12 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{3,5}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 3$ pentru *Metode de numărare*
 $m = 4$ pentru *Matematici financiare*
 $m = 5$ pentru *Geometrie*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 3 februarie 2023 (4 săptămâni)	16	17	18	19				
Modulul 4	13 februarie – 6 aprilie 2023 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	20	21	22	23	24	25	26	27
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35,36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a IX-a (liceu profesional special)
2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS din programa școlară pentru gimnaziu	Recapitulare	2	S1	Modulul 1
Mulțimea numerelor reale	1.1 2.1 3.1 6.1	• Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, operații cu intervale de numere reale	7	S2 – S4 S5 (1 oră)	
Elemente de logică matematică. Inducția matematică	1.1 4.1 5.1 6.1	• Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate); raționament prin reducere la absurd	5	S5 (1 oră) S6 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Inducția matematică	1.1 4.1 5.1 6.1	• Metoda inducției matematice	4	S8 - S9	Modulul 2
Vectori în plan	1.7 2.7 3.7 4.7 5.7 6.7	• Segment orientat, vectori, vectori coliniari • Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari; condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli	10	S10-S14	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Stagiu de pregătire practică 1 săptămână				S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Șiruri de numere reale. Progresii aritmetice	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Modalități de a descrie un șir - Șiruri particulare: progresii aritmetice/geometrice; determinarea termenului general al unei progresii aritmetice/geometrice; suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice - Condiția ca n numere să fie în progresie aritmetică/geometrică pentru $n \geq 3$	12	S16 – S21	Modulul 3
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Funcții – lecturi grafice	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții - Funcții numerice $f: I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului; intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate Compunerea funcțiilor; exemple pe funcții numerice	10	S22 – S26	Modulul 4
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Funcția de gradul I	1.4	- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției; - Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe $\mathbb{R}$ - Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale	10	S28 - S32	Modulul 5
	2.4				
	3.4				
	4.4				
	5.4				
	6.4				
Școala altfel***				S33	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a IX-a	- Mulțimi și elemente de logică matematică - Funcții - Elemente de geometrie vectorială - Elemente de trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie	2	S34	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S35-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a IX-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S33.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,4}$ și 7 corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi și elemente de logică matematică*
 $m = 2$ pentru *Șiruri*
 $m = 3$ pentru *Funcții; lecturi grafice*
 $m = 4$ pentru *Funcția de gradul I*
 $m = 7$ pentru *Vectori în plan*

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Scoala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a X-a (liceu profesional special)
 2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	4	S1-S2	Modulul 1
Funcția de gradul al II-lea	1.5 2.5 3.5 4.5 5.5 6.5	- Reprezentarea grafică a funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$	8	S3-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea	1.6 2.6 3.6 4.6 5.6 6.6	- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei); interpretare geometrică - Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică	14	S8–S14	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}, a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$			
Stagiu de pregătire practică – 1 săptămână				S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Vectori de poziție	1.8 2.8 3.8 4.8 5.8 6.8	- Vectorul de poziție al unui punct - Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism) - Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)	12	S16-S21	Modulul 3
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Elemente de trigonometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	- Rezolvarea triunghiului dreptunghic - Cercul trigonometric, definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin, \cos : [0, 2\pi] \rightarrow [-1, 1]$, $\operatorname{tg} : [0, \pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$, $\operatorname{ctg} : (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ - Definirea funcțiilor trigonometrice: $\sin : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $\cos : \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ $\operatorname{tg} : \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}$, unde $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ $\operatorname{ctg} : \mathbb{R} - D \rightarrow \mathbb{R}$, unde $D = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$ - Reducerea la primul cadran, formule trigonometrice: $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$, $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin 2a$, $\cos 2a$	10	S22-S26	Modulul 4
Săptămâna verde***				S27	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	Modulul 5
Aplicații ale trigonometriei în geometrie	1.9 2.9 3.9 4.9 5.9 6.9	Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului	8	S29-S32	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a X-a	- Mulțimi de numere - Funcții și ecuații - Probleme de sinteză	4	S33-34	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S35-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a X-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S30.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n=1,6$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m=5,6,8,9$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m=5$ pentru *Funcția de gradul al II-lea*
 $m=6$ pentru *Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea*
 $m=8$ pentru *Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană*
 $m=9$ pentru *Trigonometrie și aplicații ale trigonometriei în geometrie*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a XI-a (liceu profesional special)
 2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a X-a	Recapitulare – clasele a IX-a și a X-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	4	S1-S2	Modulul 1
Numere reale – puteri și radicali	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1 6.1	- Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv, aproximări raționale pentru numere iraționale sau reale - Radical dintr-un număr rațional (ordinul 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor	10	S3-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Numere reale – logaritmi	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1 6.1	- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor - Calculul cu logaritmi, operația de logaritmăre	14	S8–S14	Modulul 2
Stagiu de pregătire practică -1 săptămână				S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcția putere. Funcția radical	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	Funcția putere cu exponent natural $f:\mathbb{R}\rightarrow D$, $f(x)=x^n$ și $n\geq 2$	10	S16-S20	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	6.2	Funcția radical $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n = 2, 3$, unde $D = [0, +\infty)$ pentru n par și $D = \mathbb{R}$ pentru n impar <i>Notă:</i> Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.			
Stagiu de pregătire practică- 1 săptămână				S21	
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Funcția exponențială. Funcția logaritmică	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Funcția exponențială $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = a^x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$, creștere exponențială - Funcția logaritmică $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$, creștere logaritmică <i>Notă:</i> Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.	10	S22-S26	Modulul 4
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Ecuatii	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: - ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3 - ecuații exponențiale - ecuații logaritmice	4	S28-S29	Modulul 5

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Școala altfel***				S30	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a XI-a	- Mulțimi de numere - Funcții și ecuații - Probleme de sinteză	2	S31	
Stagii de pregătire practică – 6 săptămâni (S32-S37)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a X-a, are 37 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 23 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S30.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi de numere*
 $m = 2$ pentru *Funcții și ecuații*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 23 iunie 2023 (9 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35, 36 și 37

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023*

Matematică
Clasa a XII-a (liceu profesional special)
2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	Recapitulare – clasa a XI-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	4	S1-S2	Modulul 1
Metode de numărare	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Metoda inducției matematice - Mulțimi finite ordonate. - Permutări – numărul de mulțimi ordonate cu n elemente care se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente - Aranjamente – numărul submulțimilor ordonate cu câte m elemente fiecare, $m \leq n$, care se pot forma cu cele n elemente ale unei mulțimi finite - Combinări - numărul submulțimilor cu câte k elemente, unde $0 \leq k \leq n$, ale unei mulțimi finite cu n elemente. - Proprietăți: formula combinărilor complementare, numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente - Binomul lui Newton	10	S3-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Matematici financiare	1.4	Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA <i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>	12	S8–S13	Modulul 2
	2.4				
	3.4				
	4.4				
	5.4				
6.4					
Stagii de pregătire practică – 2 săptămâni				S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Elemente de statistică și probabilități	1.4	- Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice - Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie - Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile - Variabile aleatoare. Probabilități condiționate. Dependența și independența evenimentelor, scheme clasice de probabilitate: schema lui Poisson și schema lui Bernoulli <i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>	12	S16-S21	Modulul 3
	2.4				
	3.4				
	4.4				
	5.4				
6.4					
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Reper cartezian în plan	1.5 2.5 3.5	- Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan - Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale,	10	S22-S26	Modulul 4

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	4.5 5.5 6.5	coordonatele produsului dintre un vector și un număr real			
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Ecuatii ale dreptei în plan. Aplicații la distanțe și arii	1.5 3.5 4.5 5.5 6.5	- Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte - Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan Calcule de distanțe și arii	6	S28-S30	Modulul 5
Școala altfel***				S31	
Stagii de pregătire practică – 3 săptămâni (S32-S34)					

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 02 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S22 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S31.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{3,5}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 3$ pentru Metode de numărare
 $m = 4$ pentru Matematici financiare
 $m = 5$ pentru Geometrie

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 2 iunie 2023 (6 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

II.3. EXEMPLE DE PLANIFICĂRI CALENDARISTICE LA DISCIPLINA MATEMATICĂ, ÎNVĂȚĂMÂNT LICEAL, PROGRAMĂ ȘCOLARĂ 2 ORE/SĂPTĂMÂNĂ

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

Matematică
Clasa a IX-a
2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS din programa școlară pentru gimnaziu	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	2	S1	Modulul 1
Mulțimea numerelor reale	1.1 2.1 3.1 6.1	• Mulțimea numerelor reale: operații algebrice cu numere reale, ordonarea numerelor reale, modulul unui număr real, aproximări prin lipsă sau prin adaos, operații cu intervale de numere reale	6	S2– S4	
Elemente de logică matematică	1.1 4.1 5.1 6.1	• Propoziție, predicat, cuantificatori • Operații logice elementare (negație, conjuncție, disjuncție, implicație, echivalență), corelate cu operațiile și relațiile cu mulțimi (complementară, intersecție, reuniune, incluziune, egalitate)	6	S5 – S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Vectori în plan	1.7 2.7 3.7 4.7 5.7	• Segment orientat, vectori, vectori coliniari • Operații cu vectori: adunarea (regula triunghiului, regula paralelogramului), proprietăți ale operației de adunare; înmulțirea cu scalari, proprietăți ale înmulțirii cu scalari;	4	S8 – S9	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	6.7	condiția de coliniaritate, descompunerea după doi vectori dați, necoliniari și nenuli			
Vectori de poziție	1.8 2.8 3.8 4.8 5.8 6.8	- Vectorul de poziție al unui punct - Vectorul de poziție al punctului care împarte un segment într-un raport dat, teorema lui Thales (condiții de paralelism) - Vectorul de poziție al centrului de greutate al unui triunghi (concurența medianelor unui triunghi)	4	S10 - S11	
Șiruri de numere reale. Progresii aritmetice	1.2 2.2 3.2 4.2 6.2	- Modalități de a descrie un șir - Șiruri particulare: progresii aritmetice; determinarea termenului general al unei progresii aritmetice; suma primilor n termeni ai unei progresii aritmetice	4	S12-S13	
Șiruri de numere reale. Progresii geometrice	1.2 4.2 5.2 6.2	Șiruri particulare: progresii geometrice; determinarea termenului general al unei progresii geometrice; suma primilor n termeni ai unei progresii geometrice	4	S14-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcții – lecturi grafice	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Reper cartezian, produs cartezian; reprezentarea prin puncte a unui produs cartezian de mulțimi numerice; condiții algebrice pentru puncte aflate în cadrane; drepte în plan de forma $x = m$ sau $y = m$, cu $m \in \mathbb{R}$ - Funcția: definiție, exemple, exemple de corespondențe care nu sunt funcții, modalități de a descrie o funcție, egalitatea a două funcții, imaginea unei funcții, graficul unei funcții - Funcții numerice $f : I \rightarrow \mathbb{R}$, I interval de numere reale; graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului; intersecția graficului cu axele de coordonate, interpretarea grafică a unor ecuații de forma $f(x) = g(x)$; proprietăți ale funcțiilor numerice introduse prin lectură grafică: mărginire, monotonie, paritate, imparitate (simetria graficului față de axa Oy sau origine), periodicitate	6	S16 – S18	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Funcția de gradul I	1.4	- Definiție; reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde $a, b \in \mathbb{R}$; intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$ - Interpretarea grafică a proprietăților algebrice ale funcției: monotonie, semnul funcției - Inecuații de forma $ax + b \leq 0$ ($<, >, \geq$), $a, b \in \mathbb{R}$, studiate pe $\mathbb{R}$ - Poziția relativă a două drepte; sisteme de ecuații de tipul $\begin{cases} ax + by = c \\ mx + ny = p \end{cases}$, a, b, c, m, n, p numere reale	6	S19 – S21	
	2.4				
	3.4				
	4.4				
	5.4				
	6.4				
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Aplicații ale trigonometriei în geometrie	1.9	- Rezolvarea triunghiului dreptunghic - Formule (fără demonstrație): $\cos(180^\circ - x) = -\cos x$, $\sin(180^\circ - x) = \sin x$ - Modalități de calcul a lungimii unui segment și a măsurii unui unghi: teorema sinusurilor și teorema cosinusului	6	S22 – S24	Modulul 4
	2.9				
	3.9				
	4.9				
	5.9				
	6.9				
Funcția de gradul al II-lea	1.5	Reprezentarea grafică a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$, cu $a, b, c \in \mathbb{R}$ și $a \neq 0$, intersecția graficului cu axele de coordonate, ecuația $f(x) = 0$, simetria față de drepte de forma $x = m$, cu $m \in \mathbb{R}$	4	S25 – S26	
	2.5				
	3.5				
	4.5				
	5.5				
	6.5				
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Funcția de gradul al II-lea	1.5	Relațiile lui Viète, rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} x + y = s \\ xy = p \end{cases}$, cu $s, p \in \mathbb{R}$	4	S28 – S29	Modulul 5
	2.5				
	3.5				
	4.5				
	5.5				
	6.5				

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Școala altfel***				S30	
Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea	1.6 2.6 3.6 4.6 5.6 6.6	- Monotonie; punct de extrem (vârful parabolei); interpretare geometrică - Poziționarea parabolei față de axa Ox, semnul funcției, inecuații de forma $ax^2 + bx + c \leq 0$ ($\geq, <, >$), $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, interpretare geometrică - Poziția relativă a unei drepte față de o parabolă: rezolvarea sistemelor de forma $\begin{cases} mx + n = y \\ ax^2 + bx + c = y \end{cases}$, $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$, interpretare geometrică	8	S31 - S34	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a IX-a	- Mulțimi și elemente de logică matematică - Funcții - Elemente de geometrie vectorială - Aplicații ale trigonometriei în geometrie	6	S35-S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a IX-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S30.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,9}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Mulțimi și elemente de logică matematică*
 $m = 2$ pentru *Șiruri*
 $m = 3$ pentru *Funcții; lecturi grafice*
 $m = 4$ pentru *Funcția de gradul I*
 $m = 5$ pentru *Funcția de gradul al II-lea*
 $m = 6$ pentru *Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea*
 $m = 7$ pentru *Vectori în plan*
 $m = 8$ pentru *Coliniaritate, concurență, paralelism – calcul vectorial în geometria plană*
 $m = 9$ pentru *Aplicații ale trigonometriei în geometrie*

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21			
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27			
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a X-a
2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară pentru clasa a IX-a	Recapitulare – clasa a IX-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	2	S1	Modulul 1
Numere reale – puteri și radicali	1.1 2.1 3.1 5.1 6.1	- Proprietăți ale puterilor cu exponent rațional, irațional și real, aproximări raționale pentru numere iraționale - Puteri cu exponent irațional și real a unui număr pozitiv - Radical dintr-un număr rațional (ordinul 2 sau 3), proprietăți ale radicalilor	6	S2-S4	
Numere reale – logaritmi	2.1 3.1 5.1	- Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor - Calculul cu logaritmi, operația de logaritmare	6	S5-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Funcția putere. Funcția radical	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Funcția putere cu exponent natural $f : \mathbb{R} \rightarrow D$, $f(x) = x^n$ și $n \geq 2$, număr natural - Funcția radical $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n = 2$ și $n = 3$, unde $D = [0, +\infty)$ pentru n par și $D = \mathbb{R}$ pentru n impar	8	S8–S11	Modulul 2

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		<i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.</i>			
Funcția exponențială. Funcția logaritmică	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Funcția exponențială $f: \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$, $f(x) = a^x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$, creștere exponențială - Funcția logaritmică $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$, $a \in (0, +\infty)$, $a \neq 1$, creștere logaritmică <i>Notă: Pentru toate tipurile de funcții se vor studia: intersecția cu axele de coordonate, ecuația $f(x)=0$, reprezentarea grafică prin puncte, simetrie, lectura grafică a proprietăților algebrice ale funcțiilor: monotonie, bijectivitate, inversabilitate, semn, concavitate/convexitate.</i>	8	S12-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Ecuatii	2.2 3.2 4.2 5.2 6.2	- Rezolvări de ecuații folosind proprietățile funcțiilor: - ecuații iraționale ce conțin radicali de ordinul 2 sau 3 - ecuații exponențiale, ecuații logaritmice de forma: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, a real pozitiv, $\log_a f(x) = b$, a real pozitiv, diferit de 1 și b real - utilizarea de substituții care conduc la rezolvarea de ecuații algebrice	12	S16-S21	Modulul 3
Vacanță** (18.02.2023 – 26.02.2023)					
Probleme de numărare	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	Permutări, aranjamente, combinații	5	S22-S23 S24 (1 oră)	Modulul 4
Matematici financiare și elemente de statistică	1.3 2.3 3.3	- Elemente de calcul financiar: procente, dobânzi, TVA - Culegerea, clasificarea și prelucrarea datelor statistice: date statistice, reprezentarea grafică a datelor statistice - Interpretarea datelor statistice prin parametri de poziție: medii, dispersia, abateri de la medie	5	S24 (1 oră) S25-S26	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	4.3 5.3 6.3	<i>Notă: Aplicațiile vor fi din domeniul financiar: profit, preț de cost al unui produs, amortizări de investiții, tipuri de credite, metode de finanțare, buget personal, buget familial.</i>			
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Elemente de probabilități	1.3 2.3 3.3 4.3 5.3 6.3	- Evenimente aleatoare egal probabile, operații cu evenimente, probabilitatea unui eveniment compus din evenimente egal probabile - Probabilități condiționate	4	S28 S29	Modulul 5
Geometrie	1.4 2.4 3.4 4.4 5.4 6.4	- Reper cartezian în plan, coordonate carteziene în plan, distanța dintre două puncte în plan - Coordonatele unui vector în plan, coordonatele sumei vectoriale, coordonatele produsului dintre un vector și un număr real - Ecuatii ale dreptei în plan determinate de un punct și de o direcție dată și ale dreptei determinate de două puncte distincte - Condiții de paralelism, condiții de perpendicularitate a două drepte din plan - Calcul de distanțe și arii	8	S30-S33	
Școala altfel***				S34	
Recapitulare și sistematizare	Toate competențele prevăzute în programa clasei a X-a	- Mulțimi de numere - Funcții și ecuații - Probleme de sinteză	4	S35-S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a X-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S34.

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,6}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,4}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Numere reale*
 $m = 2$ pentru *Funcții și ecuații*
 $m = 3$ pentru *Matematici financiare*
 $m = 4$ pentru *Geometrie*

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar.										
Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21			
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27			
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023*

 Matematică
 Clasa a XI-a (pedagogic/sportiv)
 1 oră/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	Recapitulare – clasa a X-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	2	S1-S2	Modulul 1
Grafuri	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	- Graf orientat/neorientat: drum/lanț - Circuit/ciclu; lungimea unui drum/lanț; drum/lanț hamiltonian; drum/lanț eulerian - Graf complet, subgraf, graf planar - Graf conex, arbore - Graf ponderat	5	S3-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Legi de compoziție	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Legi de compoziție - Proprietăți	8	S8 - S15	Modulul 2
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Problema drumului optim	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	Tipuri de probleme: determinarea drumului cu cheltuială minimă de transport, determinarea drumului cu durată minimă, determinarea drumului de distanță minimă etc.	4	S16 – S19	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Structuri algebrice (I)	1.2	- Monoid - Grup Exemple: $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Z}_n, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$	7	S20 - S26	Modulul 4
	2.2				
	3.2				
	4.2				
	5.2				
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	
Structuri algebrice (II)	1.2	- Inel - Corp	5	S29 – S33	Modulul 5
	2.2				
	3.2				
	4.2				
	5.2				
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	- Grafuri - Structuri algebrice	2	S35-S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XI-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 6 – 12 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,5}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru Grafuri
 $m = 2$ pentru Structuri algebrice

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală									
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7			
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15		
Modulul 3	9 ianuarie – 3 februarie 2023 (4 săptămâni)	16	17	18	19						
Modulul 4	13 februarie – 6 aprilie 2023 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	20	21	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a XI-a (Arhitectură/Arte ambientale/Design)
 2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	Recapitulare – clasa a X-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	1	S1	Modulul 1
Elemente de geometrie în spațiu	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	- Pozițiile relative ale dreptelor și planelor în spațiu - Unghiuri în spațiu: unghiul a două drepte în spațiu, unghiul dintre o dreaptă și un plan, unghiul dintre două plane - Drepte și plane perpendiculare: proiecția unui punct pe un plan, proiecția unei drepte pe un plan, proiecția unei figuri geometrice pe un plan, perpendiculara comună a două drepte necoplanare - Corpuri geometrice: poliedre (suprafețe prismatice, suprafețe piramidale, mulțimi poliedrale, poliedere particulare, relația lui Euler) și corpuri rotunde (suprafața cilindrică, suprafața conică, cilindrul, con, sferă, corpurile de rotație)	6	S2-S4	
Secțiuni, distanțe, arii și volume	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	- Secțiuni plane în corpurile geometrice - Calcul de distanțe în spațiu, calcul de arii și volume (principiul lui Cavalieri) - Reper cartezian în spațiu, coordonatele unui punct în spațiu, calculul distanței dintre două puncte date	6	S5-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
Limite de funcții	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Noțiuni elementare despre mulțimi de puncte pe dreapta reală: intervale, mărginire, vecinătăți, dreapta încheiată, simbolurile $+\infty$ și $-\infty$ - Limite de funcții: interpretarea grafică a limitei într-un punct, utilizând vecinătăți, limite laterale pentru: funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2	8	S8 - S11	Modulul 2
Calcul de limite de funcții. Aplicații - asimptote	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Calculul limitelor pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere ($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2 - Cazuri exceptate la calculul limitelor de funcții $(\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}, 0 \cdot \infty)$ - Asimptotele graficului funcțiilor studiate: verticale, orizontale și oblice	8	S12-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Funcții continue	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Interpretarea grafică a continuității unei funcții, operații cu funcții continue - Semnul unei funcții continue pe un interval de numere reale	8	S16 – S19	Modulul 3
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Funcții derivabile	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Tangenta la o curbă - Derivata unei funcții într-un punct, funcții derivabile	5	S20 - S21 S22 (1 oră)	Modulul 4
Operații cu funcții derivabile	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	Operații cu funcții care admit derivată, calculul derivatei de ordinul I pentru funcția de gradul I, funcția de gradul al II-lea, funcția logaritmică, exponențială, funcția putere	9	S22 (1 oră) S23 – S26	

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		($n = 2, 3$), funcția radical ($n = 2, 3$), funcția raport de două funcții cu grad cel mult 2			
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	
Studiul funcțiilor cu ajutorul derivatelor	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	Rolul derivatei de ordinul I în studiul funcțiilor: monotonie, puncte de extrem	6	S29 – S31	Modulul 5
Reprezentarea grafică a funcțiilor		Reprezentarea grafică a funcțiilor studiate	6	S32 - S34	
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	- Elemente de geometrie în spațiu - Elemente de analiză matematică	4	S35-S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XI-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 6 – 12 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,5}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Elemente de geometrie în spațiu*
 $m = 2$ pentru *Elemente de analiză matematică*

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 3 februarie 2023 (4 săptămâni)	16	17	18	19					
Modulul 4	13 februarie – 6 aprilie 2023 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	20	21	22	23	24	25	26	27	
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
 Clasa a XI-a (științe sociale/teologic)
 2 ore/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	Recapitulare – clasa a X-a Evaluare inițială Activități remediale și/sau de progres	4	S1-S2	Modulul 1
Grafuri (I)	1.2 2.2 3.2 4.2	- Graf orientat/neorientat: drum/lanț - Circuit/ciclu; lungimea unui drum/lanț; drum/lanț hamiltonian; drum/lanț eulerian	10	S3-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Grafuri (II)	1.2 2.2 3.2 4.2	- Graf complet, subgraf, graf planar - Graf conex, arbore - Graf ponderat	8	S8 - S11	Modulul 2
Problema drumului optim	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	Tipuri de probleme: determinarea drumului cu cheltuială minimă de transport, determinarea drumului cu durată minimă, determinarea drumului de distanță minimă etc.	8	S12-S15	
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Statistică	1.1 2.1 3.1 4.1	- Culegerea, clasificarea și reprezentarea datelor statistice - Interpretarea datelor statistice: parametri de poziție - Metode matematice folosite în interpretarea datelor statistice:	8	S16 – S19	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
		○ Compararea datelor statistice utilizând media și mediana ○ Indicatori statistici ai variabilelor cantitative			
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Studii de caz	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	• Studii de caz: reprezentarea și interpretarea datelor statistice publicate în urma desfășurării unor sondaje de opinie, sondaje statistice sau studii statistice pe teme sociale sau de administrație publică	14	S20 - S26	Modulul 4
	Săptămâna verde***			S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	Modulul 5
Statistică (I)	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	• Studii de caz: reprezentarea și interpretarea datelor statistice publicate în urma desfășurării unor sondaje de opinie, sondaje statistice sau studii statistice pe teme economice	10	S29 – S33	
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasa a XI-a	• Grafuri • Structuri algebrice	4	S35-S36	

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XI-a, are 36 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 6 – 12 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 16 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,5}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru Statistică

$m = 2$ pentru Grafuri

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală								
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7		
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15	
Modulul 3	9 ianuarie – 3 februarie 2023 (4 săptămâni)	16	17	18	19					
Modulul 4	13 februarie – 6 aprilie 2023 (7 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	20	21	22	23	24	25	26	27	
Modulul 5	19 aprilie – 16 iunie 2023 (8 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	35	36

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unitatea de învățământ:

**PLANIFICARE CALENDARISTICĂ ANUALĂ
ANUL ȘCOLAR 2022 – 2023***

 Matematică
Clasa a XII-a
1 oră/săptămână

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
[se menționează titluri/teme]	[se precizează numărul criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[din conținuturile programei școlare]	[stabilite de către cadrul didactic]	[se precizează săptămâna sau săptămânile]	[se menționează, de exemplu, modificări în urma realizării activității didactice la clasă]
Recapitulare inițială	CS vizate de programa școlară a clasei a X-a	Recapitulare – clasa a XI-a Evaluare inițială	2	S1-S2	Modulul 1
Statistică	1.1 2.1 3.1 4.1 5.1	- Culegerea, clasificarea și reprezentarea datelor statistice - Interpretarea datelor statistice: parametri de poziție - Metode matematice folosite în interpretarea datelor statistice: - Compararea datelor statistice utilizând media și mediana - Indicatori statistici ai variabilelor cantitative - Studii de caz: reprezentarea și interpretarea datelor statistice publicate în urma desfășurării unor sondaje și studii statistice pe teme sociale, economice sau din domeniul educație	5	S3-S7	
Vacanță (22.10.2022 – 30.10.2022)					
Matrice	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Tabel de tip matriceal. Matrice, mulțimi de matrice - Operații cu matrice: adunarea a două matrice, înmulțirea unei matrice cu un scalar, produsul a două matrice, proprietăți	8	S8 - S15	Modulul 2
Vacanță (23.12.2022 – 08.01.2023)					
Determinanți	1.2 2.2	- Determinantul unei matrice pătratice de ordin cel mult 3 - Proprietăți	4	S16 – S19	Modulul 3

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Unități de învățare	Competențe specifice	Conținuturi	Număr de ore alocate	Săptămâna	Observații/ Modulul
	3.2 4.2 5.2				
Vacanță** (6.02.2023 – 12.02.2023)					
Sisteme de ecuații liniare	1.2 2.2 3.2 4.2 5.2	- Matrice inversabile din $M_n(\mathbb{R})$, $n = 2, 3$ - Ecuații matriceale - Sisteme de ecuații liniare cu cel mult 3 necunoscute, forma matriceală a unui sistem liniar - Metode de rezolvare a sistemelor liniare: metoda Cramer, metoda Gauss - Aplicații: ecuația unei drepte determinate de două puncte distincte, aria unui triunghi și caracterizarea a trei puncte din plan	7	S20 - S26	Modulul 4
Săptămâna verde***				S27	
Vacanță (07.04.2023 - 18.04.2023)					
Școala altfel***				S28	
Recapitulare și sistematizare	CS vizate de programa școlară pentru clasele a IX-a - a XII-a	conform programei de examen	6	S29-S34	Modulul 5

*Planificarea calendaristică este realizată pentru anul școlar 2022 – 2023, care, pentru clasa a XII-a, are 34 de săptămâni de cursuri (OME nr. 3505/31.03.2022).

**Structura anului școlar 2022 - 2023 prevede o vacanță de o săptămână, în perioada 6 – 26 februarie 2023, la decizia inspectoratelor școlare județene/al municipiului București. În exemplul de planificare prezentat, această vacanță este stabilită în perioada 18 – 26 februarie.

*** Programul „Săptămâna verde” și Programul național „Școala altfel” se desfășoară în perioada 27 februarie – 02 iunie 2023, în intervale de câte 5 zile consecutive lucrătoare, a căror planificare se află la decizia unității de învățământ. Derularea celor două programe nu se planifică în același interval de cursuri (modul de învățare), conform OME nr. 3505/31.03.2022. În exemplul prezentat, programul „Săptămâna verde” este planificat în săptămâna S27 și programul național „Școala altfel” este planificat în săptămâna S28.

Competențele specifice (CS) din planificare sunt de forma $n.m$, unde $n = \overline{1,5}$ corespunde numerotării competențelor generale din programa școlară și $m = \overline{1,2}$ corespunde conținuturilor din programa școlară, astfel:

$m = 1$ pentru *Statistică*
 $m = 2$ pentru *Elemente de calcul matriceal și sisteme de ecuații liniare*

SECȚIUNEA a II-a Recomandări pentru planificarea calendaristică, anul școlar 2022-2023

Planificarea este realizată pentru următoarea structură a anului școlar:

Modulul	Perioada	Săptămânile de școală							
Modulul 1	5 septembrie – 21 octombrie 2022 (7 săptămâni)	1	2	3	4	5	6	7	
Modulul 2	31 octombrie – 22 decembrie 2022 (8 săptămâni)	8	9	10	11	12	13	14	15
Modulul 3	9 ianuarie – 17 februarie 2023 (6 săptămâni)	16	17	18	19	20	21		
Modulul 4	27 februarie – 6 aprilie 2023 (5 săptămâni + <i>Săptămâna verde</i>)	22	23	24	25	26	27		
Modulul 5	19 aprilie – 2 iunie 2023 (6 săptămâni + <i>Școala altfel</i>)	28	29	30	31	32	33	34	

SECȚIUNEA a III -a

**Recomandări privind
formarea/dezvoltarea și
evaluarea competențelor
specifice incluse în programa
școlară în vigoare, disciplina
matematică, pentru clasa a X-a**

Secțiunea a III-a conține:

- III.1. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Logaritmi”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 4 ore
- III.2. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Determinarea ecuației dreptei în condiții date. Calcul de distanțe și arii”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 3 ore
- III.3. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Probleme de numărare”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 2 ore

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

III.1. Elemente de proiectare didactică – exemplificare pentru unitatea de învățare „Logaritmi”, corespunzătoare programei școlare pentru matematică, 4 ore

Matematică

Clasa a X-a M1 Trunchi comun și curriculum diferențiat - 4 ore

TEST DE EVALUARE ÎNȚĂLĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 30 de minute.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pentru fiecare item, dintre cele patru variante de răspuns doar o variantă este corectă.

Pe foaia de lucru, pentru fiecare item, scrieți litera corespunzătoare răspunsului corect.

10p	1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1$. Soluția ecuației $f(x) = f(0) + f(2) + f(4) + f(6) + \dots + f(20)$ este egală cu: A. 11 B. 100 C. 120 D. 130
10p	2. Numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x - 1 < 3\}$ este egal cu: A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
10p	3. Dacă x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației $x^2 + 3x + 1 = 0$, atunci numărul $x_1 + x_2 + x_1x_2$ este egal cu: A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
10p	4. Valoarea expresiei $E = \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{2\pi}{3}$ este egală cu: A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
10p	5. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 2x + 3$. Valoarea minimă a funcției f este egală cu: A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
10p	6. Vectorii $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$ și $\vec{v} = m\vec{i} + 6\vec{j}$ sunt coliniari dacă numărul real m este egal cu: A. -1 B. 2 C. 0 D. 4
10p	7. Care dintre următoarele perechi de numere iraționale este un contraexemplu pentru propoziția: „Suma oricăror două numere iraționale este un număr irațional.”? A. $(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ B. $(\pi, \sqrt{10})$ C. $(-\pi, 1 + \pi)$ D. $(\sqrt{4}, \sqrt{9})$
10p	8. Funcția $f: (-\infty, -1) \cup [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 3x$, este: A. mărginită B. impară C. periodică D. strict monotonă
10p	9. În condiții favorabile, o bacterie se multiplică în alte două bacterii, la fiecare oră. Numărul bacteriilor rezultate dintr-o singură bacterie după o zi este egal cu: A. 2^{23} B. 2^{24} C. 1024 D. 2

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Barem de corectare

1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	B	A	C	D	D	C	D	B
10p	10p	10p	10p	10p	10p	10p	10p	10p

Matrice de specificații
Evaluare inițială la începutul clasei a X-a

Competențe de evaluat Conținuturi	IX.CS 1.1	IX.CS 2.9 IX.CS 2.1	IX.CS 3.4 IX.CS 3.8	IX.CS 4.3 IX.CS 4.5	IX.CS 5.5	IX.CS 6.2	Total
Mulțimi și elemente de logică matematică	2 (10p)	7 (10p)					20p
Șiruri						9 (10p)	10p
Funcții; lecturi grafice				8 (10p)			10p
Funcția de gradul I			1 (10p)				10p
Funcția de gradul al II-lea				5 (10p)	3 (10p)		20p
Vectori în plan			6 (10p)				10p
Elemente de trigonometrie		4 (10p)					10p
Total	10p	20p	20p	20p	10p	10p	90p

Competențe de evaluat asociate testului de evaluare inițială:

IX.CS 1.1 Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor

IX.CS 2.1 Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate, inclusiv folosind calculatorul

IX.CS 2.9 Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice, inclusiv folosind calculatorul

IX.CS 3.4 Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor

IX.CS 3.8 Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism

IX.CS 4.3 Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate

IX.CS 4.5 Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice

IX.CS 5.5 Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații

IX.CS 6.2 Transpunerea unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe $\mathbb{N}$

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Item	Domeniul de conținut	Competența specifică evaluată
1	Funcția de gradul I	IX.CS 3.4 Descrierea unor proprietăți desprinse din reprezentarea grafică a funcției de gradul I sau din rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și sistemelor
2	Mulțimi și elemente de logică matematică	IX.CS 1.1 Identificarea în limbaj cotidian sau în probleme de matematică a unor noțiuni specifice logicii matematice și teoriei mulțimilor
3	Funcția de gradul al II-lea	IX.CS 5.5 Utilizarea relațiilor lui Viète pentru caracterizarea soluțiilor ecuației de gradul al II-lea și pentru rezolvarea unor sisteme de ecuații
4	Elemente de trigonometrie	IX.CS 2.9 Calcularea unor măsuri de unghiuri și arce utilizând relații trigonometrice, inclusiv folosind calculatorul
5	Funcția de gradul al II-lea	IX.CS 4.5 Exprimarea proprietăților unei funcții prin condiții algebrice sau geometrice
6	Vectori în plan	IX.CS 3.8 Alegerea metodei adecvate de rezolvare a problemelor de coliniaritate, concurență sau paralelism
7	Mulțimi și elemente de logică matematică	IX.CS 2.1 Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate, inclusiv folosind calculatorul
8	Funcții; lecturi grafice	IX.CS 4.3 Caracterizarea unor proprietăți ale funcțiilor numerice prin utilizarea graficelor acestora și a ecuațiilor asociate
9	Șiruri	IX.CS 6.2 Transpunerea unor situații-problemă în limbaj matematic utilizând funcții definite pe $\mathbb{N}$

Evaluarea inițială pentru clasa a X-a (4 ore) poate fi accesată online la adresa <https://forms.gle/ehRgqJoxudtdR4yS6>

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Matematică

Clasa a X-a – 4 ore

Domeniul de conținut: Mulțimi de numere

Unitatea de învățare: Logaritmi

Exemplificare – elemente de proiectare a unității de învățare

Conținuturi (detalii)	Competențe specifice	Activități de învățare	Resurse	Evaluare
[se menționează detalieri de conținut care explicitează anumite parcursuri]	[se precizează nr. criterial al competențelor specifice din programa școlară]	[vizate/recomandate de programa școlară sau altele adecvate pentru realizarea competențelor specifice]	[se precizează resurse de timp, de loc, material didactic, forme de organizare a clasei]	[se menționează metodele, instrumentele sau modalitățile de evaluare utilizate]
L1. Logarithmul unui număr real pozitiv		Recapitularea noțiunilor necesare, învățate anterior (noțiunile-ancoră) <i>Elemente de conținut vizate:</i> <i>puteri cu exponent rațional, irațional și real ale unui număr pozitiv; operații cu puteri, proprietăți ale puterilor</i>	Formular Google forms Activitate individuală	Administrarea probei Corectarea probei Oferirea de feedback personalizat Identificarea elevilor care necesită suport remedial
	1.1.	• Aplicarea definiției logaritmului într-o bază pozitivă, diferită de 1 • Verificarea echivalenței dintre egalitățile $\log_a x = y$ și $x = a^y$ • Calcularea unor logaritmi în care exponentul este o putere cu exponent real a bazei	• Fișa de lucru 1 – exercițiul 1 Activitate frontală • Fișa de lucru 1 – exercițiul 2 Activitate pe grupe • Fișa de lucru 1 – exercițiul 3 • Activitate frontală	Evaluare prin sondaj Prezentarea activității din fiecare grupă
	2.1.	• Stabilirea mulțimii de valori ale unui număr real x pentru care este definit un anumit logaritm (cu x aflat în argumentul sau/și la baza logaritmului)	• Fișa de lucru 1 – exercițiul 4 Activitate pe grupe	Prezentarea activității din fiecare grupă

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Conținuturi (detalii)	Competențe specifice	Activități de învățare	Resurse	Evaluare
L2. Proprietăți ale logaritmilor Operații cu logaritmi	3.1.	- Corelarea proprietăților logaritmilor cu proprietățile puterilor cu exponent real - Operații de adunare/scădere a doi sau mai mulți logaritmi cu aceeași bază - Calculule cu logaritmi în care argumentul sau baza sunt scrise sub forma unor puteri - Calculule cu numere reale în care intervin logaritmi	<i>Fișa de lucru 2</i> – exercițiile 1 - 2 diferențiate pe nivel de dificultate - Activitate diferențiată	Verificare și feedback pe grupe
	5.1.	Aplicarea proprietăților logaritmilor pentru stabilirea unor relații de egalitate și pentru rezolvarea unor ecuații	<i>Fișa de lucru 2</i> – exercițiile 3 - 4 - Activitate frontală	Discuție frontală
L3. Calculule cu logaritmi - schimbarea bazei unui logaritm	3.1.	- Aplicarea formulei de schimbare a bazei unui logaritm pentru efectuarea unor calculule cu logaritmi - Utilizarea formulei de schimbare a bazei unui logaritm pentru demonstrarea unei identități	<i>Fișa de lucru 3</i> – exercițiul 1 - Activitate frontală <i>Fișa de lucru 3</i> – exercițiul 2 - Activitate frontală	Discuție frontală
	2.1.	- Compararea a două numere reale scrise sub forma unor logaritmi - Aproximarea unor numere reale scrise sub formă de logaritmi	<i>Fișa de lucru 3</i> – exercițiile 3 - 4 - Activitate individuală, urmată de verificarea rezolvării frontale	Evaluare prin sondaj
L4. Calculule cu logaritmi - operația de logaritmare	4.1.	Utilizarea formulei de schimbare a bazei unui logaritm în operațiile cu logaritmi, în vederea optimizării calcululelor	<i>Fișa de lucru 4</i> – exercițiile 1 - 2 - Activitate diferențiată pe nivel de dificultate	Verificare și feedback pe grupe
	5.1.	Utilizarea unor metode specifice calculului cu logaritmi pentru demonstrarea unor egalități/inegalități sau pentru rezolvarea unor ecuații	<i>Fișa de lucru 4</i> – exercițiul 3 - Activitate frontală	Evaluare prin sondaj
	6.1.	Utilizarea operației de logaritmare a unui produs pentru demonstrarea unor egalități/inegalități sau pentru rezolvarea unor ecuații	<i>Fișa de lucru 4</i> – exercițiile 4 - 5 - Discuție dirijată	Feedback frontal

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Conținuturi (detalii)	Competențe specifice	Activități de învățare	Resurse	Evaluare
L5. Evaluare sumativă	1.1. 2.1. 3.1. 4.1. 5.1. 6.1.	Evaluare sumativă	- Test de evaluare/Google forms - Activitate individuală	Administrarea probei
L6. Activitate remedială	1.1. 2.1. 3.1. 4.1.	- Discutarea rezolvării testului de evaluare - Activitate remedială	Activitate în perechi	Corectarea probei Verificare și feedback perechi

Competențe specifice

- CS 1.1.** **Identificarea** caracteristicilor tipuri de numere utilizate în algebră și formei de scriere a unui număr real sau complex în contexte specifice.
- CS 2.1.** **Determinarea** echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale.
- CS 3.1.** **Aplicarea** unor algoritmi specifici calculului cu numere reale sau complexe pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații.
- CS 4.1.** **Alegerea** formei de reprezentare a unui număr real sau complex funcție de contexte în vederea optimizării calculelor.
- CS 5.1.** **Alegerea** strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor.
- CS 6.1.** **Determinarea** unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale sau complexe scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații.

Conținuturi

Noțiunea de logaritm, proprietăți ale logaritmilor, calcule cu logaritmi, operația de logaritmare.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Clasa a X-a M1 (4 ore)
Unitatea de învățare: Logaritmi
Evaluare inițială

EVALUARE ÎNIȚIALĂ

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul de lucru efectiv este de 20 de minute.
- Pentru fiecare item, dintre cele patru variante de răspuns doar o variantă este corectă.

Pe foaia de lucru, pentru fiecare item, scrieți litera corespunzătoare răspunsului corect.

10p	1. Numărul $\sqrt[3]{6}$ este egal cu: A. $6^{\frac{1}{3}}$ B. $3^{\frac{1}{6}}$ C. 18^{-1} D. $2^{\frac{1}{2}}$
10p	2. Rezultatul calculului $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ este egal cu: A. 1 B. 2 C. $2^{\frac{1}{36}}$ D. $2^{\frac{5}{6}}$
10p	3. Rezultatul calculului $15^{-12} \cdot 45^6$ este egal cu: A. 3^{-6} B. 5^{-6} C. 3^{-2} D. 5^{-2}
10p	4. Numărul divizorilor primi ai numărului 1260 este egal cu: A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
10p	5. Rezultatul calculului $\sqrt[4]{625} + \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^{-6}$ este egal cu: A. 2 B. 14 C. 32 D. 52
10p	6. Se consideră numerele $a, b \in (0, +\infty)$, $x = (ab)^{\frac{1}{2}}$, $y = 2^{-1}(a+b)$ și $z = 2(a^{-1} + b^{-1})^{-1}$. Dintre următoarele afirmații, cea adevărată este: A. $z \leq y \leq x$ B. $x \leq y \leq z$ C. $x \leq z \leq y$ D. $z \leq x \leq y$
10p	7. Se consideră numerele $a = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $b = \sqrt{\frac{5}{2}}$ și $c = \frac{5}{\sqrt{2}}$. Partea întreagă a celui mai mare dintre numerele a , b și c este egală cu: A. 0 B. 2 C. 3 D. 5
10p	8. Mulțimea soluțiilor inecuației $x^2 - 3x - 4 > 0$ este egală cu: A. $(-1, 4)$ B. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$ C. $(-\infty, -4) \cup (1, +\infty)$ D. $(-4, 1)$
10p	9. Se consideră $x \in (1, +\infty)$ și $y = \frac{2x+1}{x-1}$. Atunci: A. $x = \frac{y+1}{y-2}$ B. $x = \frac{2y+1}{y-1}$ C. $x = \frac{y-2}{y+1}$ D. $x = \frac{y-1}{2y+1}$

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Barem de corectare

1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	B	B	C	B	D	C	B	A
10p	10p	10p	10p	10p	10p	10p	10p	10p

**Matrice de specificații
Evaluare inițială**

Competențe de evaluat Conținuturi	X.CS 1.1	X.CS 2.1 IX.CS 2.1	X.CS 3.1 IX.CS 3.6	X.CS 4.1	X.CS 5.1	X.CS 6.1	Total
X - Mulțimi de numere	1 (10p)	3 (10p)	2 (10p)	5 (10p)	9 (10p) 7 (10p)	6 (10p)	70p
IX - Mulțimi și elemente de logică matematică		4 (10p)					10p
IX - Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea			8 (10p)				10p
Total	10p	20p	20p	10p	20p	10p	90p

Competențe de evaluat asociate evaluării inițiale pentru unitatea de învățare Logaritmi:

X.CS 1.1 Identificarea caracteristicilor tipuri de numere utilizate în algebră și formei de scriere a unui număr real în contexte specifice

IX.CS 2.1 Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate, inclusiv folosind calculatorul

X.CS 2.1 Determinarea echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale

IX.CS 3.6 Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora

X.CS 3.1 Aplicarea unor algoritmi specifici calculului cu numere reale pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații

X.CS 4.1 Alegerea formei de reprezentare a unui număr real funcție de contexte în vederea optimizării calculelor

X.CS 5.1 Alegerea strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor

X.CS 6.1 Determinarea unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații.

Item	Domeniul de conținut	Competența specifică evaluată
1	X - Mulțimi de numere	X.CS 1.1 Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și formei de scriere a unui număr real în contexte specifice

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

2	X - Mulțimi de numere	X.CS 3.1 Aplicarea unor algoritmi specifici calculului cu numere reale pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații
3	X - Mulțimi de numere	X.CS 2.1 Determinarea echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale
4	IX - Mulțimi și elemente de logică matematică	IX.CS 2.1 Utilizarea proprietăților operațiilor algebrice ale numerelor, a estimărilor și aproximărilor în contexte variate, inclusiv folosind calculatorul
5	X - Mulțimi de numere	X.CS 4.1 Alegerea formei de reprezentare a unui număr real funcție de contexte în vederea optimizării calculelor
6	X - Mulțimi de numere	X.CS 6.1 Determinarea unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații.
7	X - Mulțimi de numere	X.CS 5.1 Alegerea strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor
8	IX - Interpretarea geometrică a proprietăților algebrice ale funcției de gradul al II-lea	IX.CS 3.6 Utilizarea unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor de ecuații și pentru reprezentarea grafică a soluțiilor acestora
9	X - Mulțimi de numere	X.CS 5.1 Alegerea strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor

Evaluarea inițială pentru unitatea de învățare Logaritmi poate fi accesată online la adresa <https://forms.gle/jwffoqjdBGm9UjTo7>

Clasa a X-a

Unitatea de învățare: Logaritmi

Lecția: L1 Logarithmul unui număr real pozitiv

Fișa de lucru 1

1. Rescrieți următoarele egalități în formă logaritmică:

a) $5^3 = 125$;

b) $2^7 = 128$;

c) $7^{-1} = \frac{1}{7}$;

d) $25^{\frac{1}{2}} = 5$;

e) $6^{-3} = \frac{1}{216}$;

f) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81}$;

g) $(\sqrt{5})^3 = 5\sqrt{5}$;

h) $\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = 2$.

2. Justificați următoarele egalități, folosind scrierea exponențială:

a) $\log_3 243 = 5$;

b) $\log_7 2401 = 4$;

c) $\log_2 1024 = 10$;

d) $\log_{\frac{1}{2}} 32 = -5$;

e) $\log_{121} 11 = \frac{1}{2}$;

f) $\log_{125} \frac{1}{5} = -\frac{1}{3}$;

g) $\log_{\sqrt{7}} \frac{1}{49} = -4$;

h) $\log_9 \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{4}$.

3. Calculați, folosind egalitatea $\log_a a^x = x$, unde $a, x > 0$, $a \neq 1$:

a) $\log_3 27$;

b) $\log_7 343$;

c) $\log_{\frac{1}{3}} 9$;

d) $\log_{\sqrt{2}} 16$.

4. Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care este definit fiecare dintre logaritmii următori:

a) $\log_3 (x-9)$; b) $\log_3 (x^2-9)$; c) $\log_{9-x} 27$; d) $\log_{x-3} (x^2+2x-3)$.

Clasa a X-a

Unitatea de învățare: Logaritmi

Lecția: L2 Proprietăți ale logaritmilor. Operații cu logaritmi

Fișa de lucru 2

1. Folosind proprietățile logaritmilor și operațiile cu logaritmi, calculați:

a) $\log_3 2 + \log_3 13,5$;

b) $\log_6 5 + \log_6 7,2$;

c) $\log_5 75 - \log_5 3$;

d) $\log_6 12 - \log_6 \frac{1}{5} - \log_6 10$;

e) $2^{\log_2 5} + \log_2 75 - \log_2 150$;

f) $4^{\log_4 8} + \log_{12} 16 + \log_{12} 9$.

2. Se consideră numerele reale $a = \log_2 3$ și $b = \log_2 5$. Scrieți, în funcție de a și de b , numerele:

a) $\log_2 45$;

b) $\log_2 75$;

c) $\log_2 60$;

d) $\log_2 \frac{25}{27}$;

e) $\log_2 \frac{1}{6} + \log_4 \frac{1}{25}$;

f) $\log_2 5\sqrt{3}$;

g) $\log_4 125 - \log_8 45$;

h) $\log_{\sqrt{2}} \frac{4}{135}$.

3. Știind că $\lg\left(\frac{a+3b}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{\lg a + \lg b}{2}$, unde $a, b \in (0, +\infty)$, stabiliți care dintre următoarele relații este adevărată:

A. $(a+b)^2 = \sqrt{3}ab$ B. $a = 3b$ C. $(a+b)^2 = 3ab$ D. $(a+3b)^2 = 6ab$ E. $a = b\sqrt{3}$

4. Știind că $\lg\left(\frac{a+b}{3}\right) = \frac{\lg a + \lg b}{2}$, unde $a, b \in (0, +\infty)$, $a > b$, stabiliți care dintre următoarele relații este adevărată:

A. $\left[\frac{a}{b}\right] = 1$ B. $\left[\frac{a}{b}\right] = 2$ C. $\left[\frac{a}{b}\right] = 3$ D. $\left[\frac{a}{b}\right] = 6$ E. $\left[\frac{a}{b}\right] = 10$

(unde $\left[\frac{a}{b}\right]$ este partea întreagă a numărului $\frac{a}{b}$)

Clasa a X-a

Unitatea de învățare: Logaritmi

Lecția: L3 Calcule cu logaritmi - schimbarea bazei unui logaritm

Fișa de lucru 3

1. a) Arătați că $\frac{3}{2} \in (\log_3 4, \log_2 3)$.
- b) Demonstrați că $\log_2 3 < 1,6$.
- c) Determinați partea întreagă a numărului real $\log_2 3 + \log_3 4$.
2. a) Se consideră numerele reale $a = \log_{45} 25$ și $b = \log_{15} 27$. Arătați că $3a + ab + 2b = 6$.
- b) Se consideră numerele reale $a = \log_8 10$ și $b = \log_{20} 50$. Arătați că $6a - b - 3ab = 1$.
3. Dacă $a, b, c, d \in (0,1) \cup (1,+\infty)$, demonstrați egalitatea

$$\log_a d \cdot \log_b d + \log_b d \cdot \log_c d + \log_c d \cdot \log_a d = \frac{\log_a d \cdot \log_b d \cdot \log_c d}{\log_{abc} d}.$$

4. Exprimați numărul real b în funcție de numărul real a dacă:

- a) $b = \log_6 16$, $a = \log_{12} 27$;
- b) $b = \log_{24} 36$, $a = \log_{54} 108$;
- c) $b = \log_{80} 500$, $a = \log_{40} 250$;
- d) $b = \log_{14} 686$, $a = \log_{98} 28$.

Clasa a X-a

Unitatea de învățare: Logaritmi

Lecția: L4 Calcule cu logaritmi – operația de logaritmare

Fișa de lucru 4

1. Comparați numerele:

a) $a = \log_2 5$ și $b = \log_6 15$;

b) $a = \log_3 26$ și $b = \log_7 345$;

c) $a = \log_{\sin x} (2 \sin x)$ și $b = \log_{\sin x} (\sin 2x)$, unde $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$;

d) $a = 3^{\log_2 5}$ și $b = 2^{\log_3 5}$;

e) $a = (\sqrt{2})^{\sqrt{3}}$ și $b = (\sqrt{3})^{\sqrt{2}}$.

2. Dacă $a, b \in (0, 1)$, demonstrați că:

a) $\log_a \frac{2ab}{a+b} + \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 2$;

b) $\log_a \frac{2ab}{a+b} \cdot \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 1$.

3. Dacă $a, b, c \in (0, \infty)$, demonstrați că $(a^a b^b c^c)^2 \geq a^{b+c} b^{c+a} c^{a+b}$.

4. Determinați perechile de numere reale pozitive (x, y) care verifică simultan relațiile:

$$x^y = y^x \text{ și } x^3 = y^2.$$

5. Se consideră $x > 0$, $x \neq 1$ și $a, b, c \in (0, +\infty)$. Arătați că numerele a , b și c sunt în progresie geometrică dacă și numai dacă numerele $\log_x a$, $\log_x b$ și $\log_x c$ sunt în progresie aritmetică.

Bibliografie:

[1] Colecția *Gazeta Matematică*

[2] Gheorghe Andrei, *Exponențiale și logaritmi*, Editura GIL, 2000

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplină matematică, pentru clasa a X-a

Clasa a X-a

Unitatea de învățare: Logaritmi

Recomandări pentru profesor– Fișe de lucru

Fișele de lucru 1 și 2 au în vedere alternarea prezentării conținuturilor noi cu formularea de sarcini care presupun moduri variate de antrenare a gândirii și cu solicitarea identificării legăturilor intradisciplinare privind noțiunea de logaritm și proprietățile logaritmilor. Este recomandată implicarea elevilor în prezentarea raționamentelor de lucru (generale și/sau particulare) și în analizarea diferitelor modalități de soluționare a unei probleme.

Pentru *Fișele de lucru 3 și 4*, în funcție de specificul colectivului de elevi, profesorul va decide alocarea temporală pentru fiecare activitate de învățare, precum și gradul de detaliere a unor discuții preliminare, respectiv finale fiecărei sarcini de lucru.

Rezolvare - Fișa de lucru 3

1. a) $\frac{3}{2} \in (\log_3 4, \log_2 3)$ este echivalent cu $\log_3 4 < \frac{3}{2} < \log_2 3$.

$\log_3 4 < \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2\log_3 4 < 3 \Leftrightarrow \log_3 16 < \log_3 27$, adevărat și $\frac{3}{2} < \log_2 3 \Leftrightarrow 3 < 2\log_2 3 \Leftrightarrow \log_2 8 < \log_2 9$, adevărat

b) $\log_2 3 < 1,6 \Leftrightarrow \log_2 3 < \frac{16}{10} \Leftrightarrow 5\log_2 3 < 8 \Leftrightarrow 3^5 < 2^8 \Leftrightarrow 243 < 256$, adevărat

c) Observăm mai întâi că $\log_2 3 + \log_3 4 > \log_2 2 + \log_3 3 = 2$.

La punctul b) am demonstrat că $\log_2 3 < 1,6$. Similar vom arăta că $\log_3 4 < 1,4$.

$\log_3 4 < 1,4 \Leftrightarrow \log_3 4 < \frac{14}{10} \Leftrightarrow 5\log_3 4 < 7 \Leftrightarrow 4^5 < 3^7 \Leftrightarrow 1024 < 2187$, adevărat, deci $\log_2 3 + \log_3 4 < 1,6 + 1,4 = 3$.

În concluzie, $2 < \log_2 3 + \log_3 4 < 3$, deci $[\log_2 3 + \log_3 4] = 2$.

2. a) Trecând logaritmi în baza 10, obținem $a = \frac{\lg 25}{\lg 45} = \frac{2\lg 5}{2\lg 3 + \lg 5}$ și $b = \frac{\lg 27}{\lg 15} = \frac{3\lg 3}{\lg 3 + \lg 5}$.

Notând $\lg 5 = x$ și $\lg 3 = y$, obținem $3a + ab + 2b = \frac{6x}{x+2y} + \frac{6xy}{(x+y)(x+2y)} + \frac{6y}{x+y} =$

$$= 6 \cdot \frac{x(x+y) + y(x+2y) + xy}{(x+y)(x+2y)} = 6 \cdot \frac{x^2 + 3xy + 2y^2}{x^2 + 3xy + y^2} = 6.$$

b) Trecând logaritmi în baza 10 și ținând cont că $\lg 5 = \lg \frac{10}{2} = 1 - \lg 2$, obținem $a = \frac{\lg 10}{\lg 8} = \frac{1}{3\lg 2}$ și

$$b = \frac{\lg 50}{\lg 20} = \frac{1 + \lg 5}{1 + \lg 2} = \frac{2 - \lg 2}{1 + \lg 2}. \text{ Notând } \lg 2 = y, \text{ obținem } 6a - b - 3ab = \frac{2}{y} - \frac{2-y}{1+y} - \frac{1}{y} \cdot \frac{2-y}{1+y} =$$

$$= \frac{2(1+y) - y(2-y) - (2-y)}{y(1+y)} = \frac{y^2 + y}{y^2 + y} = 1.$$

3. Trecând toți logaritmi în baza d , obținem succesiv:

$$\log_a d \cdot \log_b d + \log_b d \cdot \log_c d + \log_c d \cdot \log_a d = \frac{1}{\log_d a} \cdot \frac{1}{\log_d b} + \frac{1}{\log_d b} \cdot \frac{1}{\log_d c} + \frac{1}{\log_d c} \cdot \frac{1}{\log_d a} =$$

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

$$= \frac{\log_d c + \log_d a + \log_d b}{\log_d a \cdot \log_d b \cdot \log_d c} = \frac{\log_d (abc)}{\log_d a \cdot \log_d b \cdot \log_d c} = \frac{\frac{1}{\log_{abc} d}}{\frac{1}{\log_a d} \cdot \frac{1}{\log_b d} \cdot \frac{1}{\log_c d}} = \frac{\log_a d \cdot \log_b d \cdot \log_c d}{\log_{abc} d}.$$

4. a) $b = \log_6 16 = \frac{\log_3 16}{\log_3 6} = \frac{4 \log_3 2}{1 + \log_3 2}$, (1). Cum $a = \log_{12} 27 = \frac{\log_3 27}{\log_3 12} = \frac{3}{1 + 2 \log_3 2}$, rezultă că $\log_3 2 = \frac{3-a}{2a}$.

Înlocuind în relația (1), obținem $b = \frac{4 \cdot \frac{3-a}{2a}}{1 + \frac{3-a}{2a}} = \frac{4(3-a)}{3+a}$.

b) Deoarece $24 = 2^3 \cdot 3$, $36 = 2^2 \cdot 3^2$, $54 = 2 \cdot 3^3$ și $108 = 2^2 \cdot 3^3$, vom trece totul în baza 2 (sau 3).

$a = \log_{54} 108 = \frac{2 + 3 \log_2 3}{1 + 3 \log_2 3}$, de unde obținem $\log_2 3 = \frac{2-a}{3(a-1)}$ și $b = \log_{24} 36 = \frac{2 + 2 \log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{4a-2}{8a-7}$.

c) Trecem în baza 2 (sau în baza 5): $b = \log_{80} 500 = \frac{2 + 3 \log_2 5}{4 + \log_2 5}$. Din $a = \log_{40} 250$, rezultă $a = \frac{1 + 3 \log_2 5}{3 + \log_2 5}$, de

unde obținem $\log_2 5 = \frac{1-3a}{a-3}$. Înlocuind, rezultă $b = \frac{7a+3}{11-a}$.

d) Trecem în baza 2 (sau în baza 7) și obținem în final $b = \frac{5-a}{a+1}$.

Rezolvare - Fișa de lucru 4

1. a) $a = \log_2 5 > \log_2 4 = 2$ și $b = \log_6 15 < \log_6 36 = 2$, adică $a > 2 > b$, deci $a > b$.

b) $a = \log_3 26 < \log_3 27 = 3$ și $b = \log_7 345 > \log_7 343 = 3$, adică $a < 3 < b$, deci $a < b$.

c) $b - a = \log_{\sin x} (\sin 2x) - \log_{\sin x} (2 \sin x) = \log_{\sin x} \frac{2 \sin x \cos x}{2 \sin x} = \log_{\sin x} \cos x$.

Cum $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, rezultă $\sin x \in (0, 1)$ și $\cos x \in (0, 1)$, deci $\log_{\sin x} \cos x > 0$.

Deoarece $b - a = \log_{\sin x} \cos x > 0$, obținem că $b > a$.

d) Aplicând identitatea $u^{\log_t v} = v^{\log_t u}$, obținem $a = 3^{\log_2 5} = 5^{\log_2 3}$ și $b = 2^{\log_3 5} = 5^{\log_3 2}$.

Deoarece $\log_2 3 > \log_2 2 = 1$ și $\log_3 2 < \log_3 3 = 1$, deducem că $\log_2 3 > \log_3 2$, prin urmare avem $5^{\log_2 3} > 5^{\log_3 2}$, adică $a > b$.

e) Comparăm numerele $\log_2 a$ și $\log_2 b$. Avem $\frac{\log_2 a}{\log_2 b} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \log_2 3} = \frac{\sqrt{\frac{3}{2}}}{\log_2 3} < 1$ pentru că $\log_2 3 > \frac{3}{2} > \sqrt{\frac{3}{2}}$.

Așadar $\log_2 a < \log_2 b$, deci $a < b$.

2. a) Se utilizează inegalitatea mediilor pentru numerele $a, b \in (0, 1)$:

$$0 < \min\{a, b\} \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \max\{a, b\} < 1.$$

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Obținem $\log_a \frac{2ab}{a+b} \geq \log_a \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_a b)$ și $\log_b \frac{2ab}{a+b} \geq \log_b \sqrt{ab} = \frac{1}{2}(1 + \log_b a)$. Adunând membru cu membru aceste două inegalități, obținem

$$\log_a \frac{2ab}{a+b} + \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq 1 + \frac{1}{2}(\log_a b + \log_b a). \quad (2)$$

Cum $a, b \in (0, 1)$ avem $\log_a b = x > 0$. Folosind inegalitatea mediilor, deducem că

$$\log_a b + \log_b a = x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2. \quad (3)$$

Din relațiile (2) și (3) obținem inegalitatea cerută.

b) La punctul a) am justificat inegalitățile $\log_a \frac{2ab}{a+b} \geq \frac{1}{2}(1 + \log_a b)$ și $\log_b \frac{2ab}{a+b} \geq \frac{1}{2}(1 + \log_b a)$. Înmulțind membru cu membru aceste inegalități (între numere pozitive), obținem

$$\log_a \frac{2ab}{a+b} \cdot \log_b \frac{2ab}{a+b} \geq \frac{1}{4} \left(1 + \underbrace{\log_a b + \log_b a}_{\geq 2} + \underbrace{\log_a b \cdot \log_b a}_{=1} \right) \geq \frac{1}{4}(1 + 2 + 1) = 1.$$

3. Prin logaritmare, inegalitatea din enunț devine $\lg(a^a b^b c^c)^2 \geq \lg(a^{b+c} b^{c+a} c^{a+b})$, ceea ce este echivalent cu $2(a \lg a + b \lg b + c \lg c) \geq (b+c) \lg a + (c+a) \lg b + (a+b) \lg c$.

Prin gruparea convenabilă a termenilor obținem inegalitatea

$$(a-b)(\lg a - \lg b) + (b-c)(\lg b - \lg c) + (c-a)(\lg c - \lg a) \geq 0,$$

care este adevărată pentru că $(x-y)(\lg x - \lg y) \geq 0$, pentru orice $x, y \in (0, +\infty)$.

4. Logaritmand în baza 10 ambele egalități, obținem $y \lg x = x \lg y$, (4) și $3 \lg x = 2 \lg y$, (5).

Dacă $y = 1$, atunci $\lg y = 0$, deci $\lg x = 0$, adică $x = 1$. Perechea (1,1) convine.

Dacă $y \neq 1$, atunci $\frac{\lg x}{\lg y} = \frac{2}{3}$, iar din relația (4) obținem $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$, adică $x = \frac{2}{3}y$.

Cum $x^3 = y^2$, rezultă $\frac{8}{27}y^3 = y^2$, deci $y = \frac{27}{8}$ și $x = \frac{9}{4}$. Perechea $\left(\frac{9}{4}, \frac{27}{8}\right)$ convine.

5. Numerele a, b și c sunt în progresie geometrică dacă și numai dacă $b^2 = ac$. Prin logaritmare în baza x , această egalitate devine $2 \log_x b = \log_x a + \log_x c$, adică $\log_x b = \frac{\log_x a + \log_x c}{2}$, ceea ce înseamnă că numerele $\log_x a$, $\log_x b$ și $\log_x c$ sunt în progresie aritmetică.

Clasa a X-a

Unitatea de învățare: Logaritmi

Evaluare sumativă

EVALUARE SUMATIVĂ

LOGARITMI

clasa a X-a

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 40 de minute.

- 15p 1. Calculați $\log_2 32 + \log_{\frac{1}{2}} 16 - \log_2 \frac{1}{64} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} - 8^{\log_2 3}$.
- 15p 2. Comparați numerele reale $\log_2 3$ și $\log_3 11$.
- 15p 3. Determinați mulțimea numerelor reale x pentru care este definită expresia $E(x) = \log_{2x}(x^2 - 3x + 2)$.
- 15p 4. Se consideră numerele reale $a = \log_6 15$ și $b = \log_{12} 18$.
- a) Exprimați numărul a în funcție de $\lg 2$ și $\lg 3$.
- b) Exprimați numărul $\log_{24} 25$ în funcție de a și b .
- 15p 5. Calculați $\frac{x}{y}$, știind că $2\lg(x - 6y) = \lg x + \lg y$, unde $x > 6y > 0$.
- 15p 6. Se consideră $a_1, a_2, \dots, a_{2022} \in (0, 1)$ sau $a_1, a_2, \dots, a_{2022} \in (1, +\infty)$. Arătați că $\log_{a_1} \sqrt[2022]{a_{2021} \cdot a_{2022}} + \log_{a_2} \sqrt[2022]{a_{2022} \cdot a_1} + \log_{a_3} \sqrt[2022]{a_1 \cdot a_2} + \dots + \log_{a_{2022}} \sqrt[2022]{a_{2020} \cdot a_{2021}} \geq 2$.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

EVALUARE SUMATIVĂ
LOGARITMI
clasa a X-a
Barem de corectare și de notare

1. (15p)	$\log_2 32 = 5; \log_{\frac{1}{2}} 16 = -4; \log_2 \frac{1}{64} = -6; \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} = \frac{1}{2}; 8^{\log_2 3} = 27$ $\log_2 32 + \log_{\frac{1}{2}} 16 - \log_2 \frac{1}{64} + \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{2} - 8^{\log_2 3} = 5 - 4 + 6 + \frac{1}{2} - 27 = -\frac{39}{2}$	10p 5p
2. (15p)	$\log_2 3 < \log_2 4 = 2 \text{ și } \log_3 11 > \log_3 9 = 2$ Cum $\log_2 3 < 2 < \log_3 11$, rezultă $\log_2 3 < \log_3 11$	10p 5p
3. (15p)	$x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$ $2x > 0 \text{ și } 2x \neq 1 \Leftrightarrow x \in (0, +\infty) \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ $x \in \left(0, \frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{1}{2}, 1 \right) \cup (2, +\infty)$	5p 5p 5p
4. (15p)	a) Notăm $\lg 2 = x$, $\lg 3 = y$ și obținem $a = \log_6 15 = \frac{\lg 15}{\lg 6} = \frac{\lg 3 + 1 - \lg 2}{\lg 2 + \lg 3} = \frac{y + 1 - x}{x + y}$ b) $b = \log_{12} 18 = \frac{\lg 18}{\lg 12} = \frac{\lg 2 + 2\lg 3}{2\lg 2 + \lg 3} = \frac{x + 2y}{2x + y}$ Obținem sistemul $\begin{cases} (a+1)x + (a-1)y = 1 \\ (2b-1)x + (b-2)y = 0 \end{cases}$, cu soluția $\begin{cases} x = \frac{2-b}{ab+a-3b+3} \\ y = \frac{2b-1}{ab+a-3b+3} \end{cases}$ Cum $\log_{24} 25 = \frac{\lg 25}{\lg 24} = \frac{2\lg 5}{\lg 8 + \lg 3} = \frac{2(1-\lg 2)}{3\lg 2 + \lg 3} = \frac{2-2x}{3x+y}$, obținem $\log_{24} 25 = \frac{2ab+2a-4b+2}{5-b}$	7p 2p 3p 3p
5. (15p)	$\lg(x-6y)^2 = \lg(xy) \Leftrightarrow \lg \frac{(x-6y)^2}{xy} = 0 \Leftrightarrow \frac{(x-6y)^2}{xy} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 13xy + 36y^2 = 0$ $\left(\frac{x}{y} \right)^2 - 13 \cdot \frac{x}{y} + 36 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{y} = 4, \text{ care nu convine sau } \frac{x}{y} = 9, \text{ care convine}$	5p 10p
6. (15p)	$\log_{a_1} \sqrt[2022]{a_{2021} \cdot a_{2022}} = \frac{1}{2022} (\log_{a_1} a_{2021} + \log_{a_1} a_{2022}) = \frac{1}{2022} \left(\frac{\lg a_{2021}}{\lg a_1} + \frac{\lg a_{2022}}{\lg a_1} \right) \text{ și încă}$ 2021 relații similare Adunând cele 2022 relații și folosind inegalitatea mediilor, obținem $\log_{a_1} \sqrt[2022]{a_{2021} \cdot a_{2022}} + \log_{a_2} \sqrt[2022]{a_{2022} \cdot a_1} + \log_{a_3} \sqrt[2022]{a_1 \cdot a_2} + \dots + \log_{a_{2022}} \sqrt[2022]{a_{2020} \cdot a_{2021}} =$ $= \frac{1}{2022} \left(\frac{\lg a_{2021}}{\lg a_1} + \frac{\lg a_{2022}}{\lg a_1} + \frac{\lg a_{2022}}{\lg a_2} + \frac{\lg a_1}{\lg a_2} + \frac{\lg a_1}{\lg a_3} + \frac{\lg a_2}{\lg a_3} + \dots + \frac{\lg a_{2020}}{\lg a_{2022}} + \frac{\lg a_{2021}}{\lg a_{2022}} \right) \geq$ $\geq \frac{1}{2022} \cdot 4044 \cdot 4044 \sqrt[4044]{\frac{\lg a_{2021}}{\lg a_1} \cdot \frac{\lg a_{2022}}{\lg a_1} \cdot \frac{\lg a_{2022}}{\lg a_2} \cdot \frac{\lg a_1}{\lg a_2} \cdot \frac{\lg a_1}{\lg a_3} \cdot \frac{\lg a_2}{\lg a_3} \cdot \dots \cdot \frac{\lg a_{2020}}{\lg a_{2022}} \cdot \frac{\lg a_{2021}}{\lg a_{2022}}} =$	5p 10p

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

	$\geq \frac{1}{2022} \cdot 4044 \cdot \sqrt[4044]{1} = 2$	
--	---	--

**EVALUARE SUMATIVĂ
LOGARITMI
clasa a X-a**

Matrice de specificații

Competențe de evaluat Conținuturi	CS 1.1	CS 2.1	CS 3.1	CS 4.1	CS 5.1	CS 6.1	Total
Logaritmul unui număr real pozitiv	1 (15p)						15p
Compararea logaritmilor		2 (15p)					15p
Logaritmul unui număr real pozitiv: condiții de existență			3 (15p)				15p
Operații cu logaritmi					5 (15p)		15p
Proprietăți ale logaritmilor. Schimbarea bazei unui logaritm			4a) (7p)	4b) (8p)		6 (15p)	30p
Total	15p	15p	22p	8p	15p	15p	90p

Competențe de evaluat asociate testului de evaluare sumativă:

CS 1.1. Identificarea caracteristicilor tipurilor de numere utilizate în algebră și a formei de scriere a unui număr real în contexte specifice

CS 2.1. Determinarea echivalenței între forme diferite de scriere a unui număr, compararea și ordonarea numerelor reale

CS 3.1. Aplicarea unor algoritmi specifici calculului cu numere reale pentru optimizarea unor calcule și rezolvarea de ecuații

CS 4.1. Alegerea formei de reprezentare a unui număr real funcție de contexte în vederea optimizării calculelor

CS 5.1. Alegerea strategiilor de rezolvare în vederea optimizării calculelor

CS 6.1. Determinarea unor analogii între proprietățile operațiilor cu numere reale scrise în forme variate și utilizarea acestora în rezolvarea unor ecuații

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

III.2. ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ – EXEMPLIFICARE PENTRU UNITATEA DE ÎNVĂȚARE „DETERMINAREA ECUAȚIEI DREPTEI ÎN CONDIȚII DATE. CALCUL DE DISTANȚE ȘI ARII”, CORESPUNZĂTOARE PROGRAMEI ȘCOLARE PENTRU MATEMATICĂ, 3 ORE

DOMENIUL DE CONTINUT	GEOMETRIE
UNITATE DE ÎNVĂȚARE	Determinarea ecuației dreptei în condiții date. Calcul de distanțe și arii
Nr. ore alocate	5+1*

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
1. Determinarea ecuației dreptei în plan, cunoscând un punct și o direcție	Ecuția dreptei în plan determinată de un punct și o direcție (vector director, panta dreptei)	1.5 3.5	- recunoașterea și/sau identificarea datelor unei probleme prin raportare la formele ecuației dreptei în plan determinată de un punct și o direcție - exprimarea vectorială sau analitică a relațiilor matematice din probleme - recunoașterea și utilizarea ecuației dreptei în plan determinată de un punct și o direcție - folosirea particularizării, a generalizării sau a analogiei pentru rezolvarea de probleme în care intervin forme ale ecuației dreptei determinate de un punct și o pantă	Instrumente electronice de evaluare - evaluare inițială (link https://docs.google.com/forms/d/126wwh-tB1G0ru3Wu1PFh2q9ZQDmpj6Mx0NaJxZyMsWw/edit?usp=sharing) - evaluare la finalul lecției (link https://docs.google.com/forms/d/1_O_QFMjB_PayInSlle3Q8uu4Ll3hHzhGLrd1d89GzBQ/edit?usp=sharing); Fișe de lucru	Evaluarea achizițiilor anterioare - elemente ancoră pentru noua învățare (5 min) Feedback și analiză (5 min) Evaluare curentă: observație directă Evaluarea noilor achiziții (5 min)

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
2. Determinarea ecuației dreptei în plan, cunoscând două puncte distincte	Ecuația dreptei în plan determinată de două puncte distincte	1.5 3.5 6.5	- recunoașterea și/sau identificarea datelor unei probleme prin raportare la formele ecuației dreptei în plan determinată de două puncte - exprimarea vectorială sau analitică a relațiilor matematice din probleme - recunoașterea și utilizarea ecuației dreptei în plan determinată de două puncte - folosirea particularizării, a generalizării sau a analogiei pentru rezolvarea de probleme în care intervin forme ale ecuației dreptei determinate de două puncte - reformularea unei probleme echivalente sau înrudite	Instrument electronic de evaluare (link https://docs.google.com/forms/d/19ezi9IjjOg5XhZWR65SJd271eUJvnNGdseo6uDbwdDs/edit?usp=sharing) Fișe de lucru	Evaluare curentă: observație directă Evaluarea noilor achiziții (5 min)

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
3. Ecuații echivalente ale dreptei	Ecuația explicită a dreptei oblice; Ecuația (carteziană) generală a dreptei oblice; Ecuația dreptei orizontale; Ecuația dreptei verticale	3.5 4.5	- extragerea de informații (despre dreaptă) din ecuația unei drepte (determinate de punct și pantă/ explicite/ generale) - recunoașterea ecuațiilor explicite/ ecuațiilor generale ale dreptelor oblice - identificarea ecuațiilor dreptelor orizontale/ verticale - identificarea ecuațiilor dreptelor orizontale/ verticale - aducerea unei ecuații de dreaptă din forma generală în formă explicită - reprezentarea grafică a dreptelor date prin ecuații generale/ explicite	Fișă de lucru - Intro-Ecuații echivalente ale dreptei Activitate de învățare Desmos - Ecuații echivalente ale dreptei - https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62eaaf8c33b1cd05cf537da1	Evaluare curentă: observație directă Evaluarea noilor achiziții (5 min)

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
4. Calcul de distanțe și arii având la bază ecuația dreptei și distanța dintre două puncte	Distanța dintre două puncte, distanța de la un punct la o dreaptă utilizând arii, calcul de arii	3.5 4.5	- identificarea coordonatelor unor puncte reprezentate grafic - calculul distanței dintre două puncte în plan cu ajutorul formulei, sau pe baza unor observații directe (atunci când este posibil) - analiza proprietăților unei configurații geometrice folosind calculul distanței dintre două puncte - determinarea ecuației generale/explicite a unei drepte determinate de două puncte -aducerea unei ecuații de dreaptă sub forma generală - determinarea distanței de la un punct la o dreaptă în diferite contexte și după o analiză prealabilă a eficienței metodei	Pentru reactualizarea cunoștințelor: test în Learning Apps - https://learningapps.org/view26236310 sau joc în GeoGebra - https://www.geogebra.org/classic/vf2d6zjk Aplicații în GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/x5hcqvaf https://www.geogebra.org/m/kjw3rkn8 https://www.geogebra.org/m/ewbcvmtg Instrument electronic de evaluare: https://www.geogebra.org/m/ewbcvmtg	Evaluare curentă: observație directă Evaluarea noilor achiziții (5 min)

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
5. Aplicații și evaluare	Ecuția dreptei în plan determinată de un punct și o direcție (vector director, panta dreptei); Ecuția dreptei în plan determinată de două puncte distincte; Ecuția generală implicită / explicită a dreptei	1.5 3.5 4.5 6.5	-	Instrument electronic de evaluare (link https://docs.google.com/forms/d/1WcDC1J_QzCpLrVt-UW4cZnCYgXrX-iIhxgky9X2MaSs/edit?usp=sharing)	Evaluare sumativă (35 min)
6. Remediere/ aprofundare (după caz)	Ecuții drepte orizontale, drepte verticale, drepte oblice Distanța dintre două puncte, distanța de la un punct la o dreaptă utilizând arii, calcul de arii	1.5 3.5 4.5 6.5	- activități de învățare remedială; - activități de învățare de aprofundare	Fișa de lucru - Activitate remedială - Ecuția dreptei determinată de un punct și o direcție Activitate de învățare Desmos - Aterizează avionul - https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62ec0712b87b5b0641d0b0ab	Evaluare curentă: observație directă

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 1. Determinarea ecuației dreptei în plan, cunoscând un punct și o direcție - Exemplu de organizare a timpului didactic. Exemple de resurse.

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	Captarea atenției Știu-Vreau să știu	Introducere în noua unitate de învățare	profesorul solicită completarea coloanelor Știu - Vreau să știu, pornind de la titlul lecției	completarea coloanelor (ex: ecuație, dreaptă, drepte orizontale, oblice, verticale, direcție, vector etc.)	flipchart și post-ituri/tabla	frontal /individual
5 minute	Evaluare inițială (cu accent pe elemente de clasa a IX-a: mijlocul unui segment, vectori coliniari, drepte orizontale, oblice, verticale)	Instrument electronic	prezintă sarcina de lucru și distribuie link-ul de conectare	rezolvarea sarcinilor de evaluare	acces la internet/link evaluare inițială: https://docs.google.com/forms/d/126wwh-tB1G0ru3Wu1PFh2q9ZQDmpj6Mx0NaJxZyMsWw/edit?usp=sharing	Individual
5 minute	Feedback și analiză	Feedback imediat	scurte observații asupra modului de rezolvare corectă a sarcinilor	remediarea eventualelor erori/autoevaluare	calculator/videoproiector	Frontal
5 minute	Actualizare - elemente ancoră, în funcție de rezultatele evaluării inițiale	În funcție de rezultatele evaluării inițiale, ajustări ale proiectului didactic	prezentarea analitică și vectorială a unor configurații geometrice observare directă	descrierea configurațiilor formularea de concluzii care sprijină învățarea	tabla/calculator/videoproiector	Frontal

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

10 minute	Activitate interactivă - aplicații	exemple simple, concrete care permit formularea unor ipoteze necesare introducerii ecuației drepte	organizează activitatea	rezolvarea primei aplicații din fișă, descrierea configurațiilor geometrice prezentate în fișă	aplicația 1/fișe de lucru	pe grupe
5 minute	Prezentare ecuația drepte în plan determinată de un punct și o direcție (vector director / pantă)	se pornește de la aplicația 1 din fișă, generalizare	deduce (pornind de la cazuri concrete, aplicații din fișă) diferite forme ale ecuației drepte în plan determinată de un punct și o direcție	descrierea configurațiilor geometrice prezentate, evidențierea unor caracteristici, formularea unor ipoteze/concluzii	tablă/calculator/videoproiector	frontal /individual
10 minute	Aplicații - ecuația drepte în plan determinată de un punct și o direcție	fișă de lucru	organizează activitatea	rezolvarea sarcinilor din fișă de lucru	aplicația 2/fișe de lucru	pe grupe
5 minute	Evaluare la final de lecție și feedback Știu-Vreau să știu - Am învățat Sarcini de lucru pentru acasă (temă)	instrument electronic feedback imediat temă	distribuie link-ul pentru evaluarea finală; discută cu elevii pentru a completa ultima coloană (am învățat) comunică tema	rezolvarea sarcinii de lucru reflecții asupra noțiunilor învățate	acces la internet / link evaluare la final de lecție: https://docs.google.com/forms/d/1_O_QFMjB_PayInSIe3Q8uu4Ll3hHzhGLrd1d89GzBQ/edit?usp=sharing	individual

Exemplu de evaluare inițială

Determinarea ecuației dreptei în condiții date. Calcul de distanțe și arii

Înconjurați litera din dreptul răspunsului pe care îl considerați corect.

Fiecare exercițiu are un singur răspuns corect.

Timp de lucru: 5 minute.

Se acordă un punct din oficiu.

Pentru fiecare răspuns corect se acordă 3 puncte.

1. Se consideră vectorii: $\vec{v}_1 = -2\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{v}_2 = 2\vec{i} + 5\vec{j}$, $\vec{v}_3 = 6\vec{j} - 15\vec{i}$ și $\vec{v}_4 = 6\vec{i} - 15\vec{j}$. Vectorii coliniari sunt:

a) $\vec{v}_1, \vec{v}_4$

b) $\vec{v}_1, \vec{v}_2$

c) $\vec{v}_1, \vec{v}_3$

d) $\vec{v}_3, \vec{v}_4$

2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x + 2$ și punctul $M(-2, 4)$.

- a) reprezentarea grafică a funcției este o parabolă și punctul M nu aparține reprezentării grafice
b) reprezentarea grafică a funcției este o parabolă și punctul M este situat pe această parabolă
c) reprezentarea grafică a funcției este o dreaptă și punctul M nu aparține reprezentării grafice
d) reprezentarea grafică a funcției este o dreaptă și punctul M este situat pe această dreaptă

3. Aria unui triunghi cu baza egală cu 5 cm și înălțimea de 4 cm este:

a) 10 cm

b) 20 cm^2

c) 10 cm^2

d) 20 cm

Barem de evaluare și notare:

1. a) - 3 puncte
2. d) - 3 puncte
3. c) - 3 puncte

Schiță lecția 1 – exemplificare prezentare teoretică

În plan, unde fixăm reperul cartezian, considerăm vectorul $\vec{v}_0 = a\vec{i} + b\vec{j}$ și punctul $M_0(x_0, y_0)$, unde $a \in \mathbb{R}^*$ și $b, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$.

Pași în determinarea ecuației drepte:

- se determină coordonatele punctului $M(x, y)$ pentru care există $\lambda \in \mathbb{R}^*$ astfel încât $\overrightarrow{M_0M} = \lambda \vec{v}_0$ (1)
- obținem: $x - x_0 = \lambda a$ și $y - y_0 = \lambda b$
- prin eliminarea parametrului real λ , se obține **ecuația drepte în plan determinată de punctul $M_0(x_0, y_0)$ și vectorul $\vec{v}_0 = a\vec{i} + b\vec{j}$:**

$$y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0)$$

Observație: relația anterioară acoperă toate cazurile de drepte orizontale ($b = 0$) sau oblice ($b \neq 0$). Pentru cazul dreptelor verticale ($a = 0$), direcția este dată de un vector de tipul $\vec{v}_0 = b\vec{j}$, cu $b \neq 0$. În acest caz, ecuația drepte verticale determinate de punctul $M_0(x_0, y_0)$ și vectorul $\vec{v}_0 = b\vec{j}$ este:

$$x = x_0$$

Definim **panta** drepte / **coeficientul unghiular** $m = \frac{b}{a} = \tan \alpha$, unde α este unghiul determinat de

dreaptă cu semiaxa pozitivă a axei Ox . Ne referim și în acest caz la drepte orizontale sau oblice!

Ecuația drepte în plan, determinată de punctul $M_0(x_0, y_0)$ și panta m , este:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \text{ - drepte orizontale sau oblice;}$$

$$x = x_0 \text{ - drepte verticale}$$

Exemple de activități de învățare:

- recunoașterea și/sau identificarea datelor unei probleme prin raportare la formele ecuației drepte în plan determinate de un punct și o direcție
- exprimarea vectorială sau analitică a relațiilor matematice din probleme
- recunoașterea și utilizarea ecuației drepte în plan determinate de un punct și o direcție
- folosirea particularizării, a generalizării sau a analogiei pentru rezolvarea de probleme în care intervin forme ale ecuației drepte determinate de un punct și o pantă

Exemplu de fișă de lucru

Grupa 1 - Fișă de lucru

Se consideră punctul $M_0(-1,4)$ și vectorul $\vec{v}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$.

1. Determină numerele reale x_i, y_i pentru care $\overrightarrow{M_0P_i} = \lambda \vec{v}_0$ unde $P(x_i, y_i)$ și $\lambda \in \{1, 2, -1\}$.
Reprezintă, în același reper cartezian, vectorii $\vec{v}_0$ și $\overrightarrow{M_0P_i}$ pentru $i \in \{1, 2, 3\}$ (eventual utilizând Geogebra).
2. Scrie ecuația dreptei Δ ce trece prin M_0 și are direcția dată de vectorul $\vec{v}_0$. Stabilește panta dreptei Δ utilizând ecuația generală explicită.
Scrie ecuația dreptei ce trece prin $O(0,0)$ și are aceeași pantă cu dreapta Δ .

Grupa 2 - Fișă de lucru

Se consideră vectorul $\vec{v}_0 = -3\vec{i} + 2\vec{j}$ și punctul $M_0(-1,4)$.

1. Determină numerele reale x_i, y_i pentru care $\overrightarrow{M_0P_i} = \lambda \vec{v}_0$ unde $P(x_i, y_i)$ și $\lambda \in \{1, 2, -1\}$.
Reprezintă, în același reper cartezian, vectorii $\vec{v}_0$ și $\overrightarrow{M_0P_i}$ pentru $i \in \{1, 2, 3\}$ (eventual utilizând Geogebra).
2. Scrie ecuația dreptei Δ ce trece prin M_0 și are direcția dată de vectorul $\vec{v}_0$. Stabilește panta dreptei Δ utilizând ecuația generală explicită.
Scrie ecuația dreptei ce trece prin $O(0,0)$ și are aceeași pantă cu dreapta Δ .

Grupa 3 - Fișă de lucru

Se consideră vectorul $\vec{v}_0 = 2\vec{i}$ și punctul $M_0(-1,4)$.

1. Determină numerele reale x_i, y_i pentru care $\overrightarrow{M_0P_i} = \lambda \vec{v}_0$ unde $P(x_i, y_i)$ și $\lambda \in \{1, 2, -1\}$.
Reprezintă, în același reper cartezian, vectorii $\vec{v}_0$ și $\overrightarrow{M_0P_i}$ pentru $i \in \{1, 2, 3\}$ (eventual utilizând Geogebra).
2. Scrie ecuația dreptei Δ ce trece prin M_0 și are direcția dată de vectorul $\vec{v}_0$. Stabilește panta dreptei Δ utilizând ecuația generală explicită.
Scrie ecuația dreptei ce trece prin $O(0,0)$ și are aceeași pantă cu dreapta Δ .

Grupa 4 - Fișă de lucru

Se consideră vectorul $\vec{v}_0 = 3\vec{j}$ și punctul $M_0(-1,4)$.

1. Determină numerele reale x_i, y_i pentru care $\overrightarrow{M_0P_i} = \lambda \vec{v}_0$ unde $P(x_i, y_i)$ și $\lambda \in \{1, 2, -1\}$.
Reprezintă, în același reper cartezian, vectorii $\vec{v}_0$ și $\overrightarrow{M_0P_i}$ pentru $i \in \{1, 2, 3\}$ (eventual utilizând Geogebra).
2. Scrie ecuația dreptei Δ ce trece prin M_0 și are direcția dată de vectorul $\vec{v}_0$. Stabilește poziția dreptei Δ față de axa Ox.
Scrie ecuația dreptei ce trece prin $O(0,0)$ și este paralelă cu dreapta Δ .

Exemplu de evaluare și feedback - lecția 1

Înconjurați litera din dreptul răspunsului pe care îl considerați corect. Fiecare exercițiu are un singur răspuns corect.

Timp de lucru: 5 minute.

Se acordă un punct din oficiu. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 3 puncte.

1. Ecuația dreptei ce trece prin $A(5,1)$ și are direcția dată de vectorul $\vec{v} = -\vec{i} + 5\vec{j}$ este:
a) $5x + y - 10 = 0$ b) $5x + y - 26 = 0$ c) $5x + y - 4 = 0$ d) $x + 5y - 10 = 0$
2. Ecuația dreptei ce trece prin $A(5,1)$ și determină un unghi de 45° cu semiaxa pozitivă Ox este:
a) $x + y - 4 = 0$ b) $x + y - 6 = 0$ c) $x - y - 4 = 0$ d) $x - y + 4 = 0$
3. Numărul real a pentru care dreapta $d: ax + 2y + 1 = 0$ are direcția dată de vectorul $\vec{v} = -\vec{i} + 5\vec{j}$ este:
a) $a = -10$ b) $a = -\frac{3}{5}$ c) $a = \frac{2}{5}$ d) $a = 10$

Barem de evaluare și notare:

1. b) - 3 puncte
2. c) - 3 puncte
3. d) - 3 puncte

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 2. Determinarea ecuației dreptei în plan, cunoscând două puncte distincte - Exemplu de organizare a timpului didactic. Exemple de resurse.

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	discutarea temei pentru acasă	evidențierea unor elemente utile pentru trecerea la noua lecție	analizează modul de rezolvare a sarcinilor, cu accent pe cele ce pot constitui puncte de plecare pentru introducerea ecuației dreptei determinate de două puncte distincte	descrierea configurațiilor geometrice, verificarea modului de rezolvare a sarcinilor, identificarea unor metode echivalente de abordare	tablă/videoproiector	frontal /individual
10 minute	Actualizare - elemente ancoră, în funcție de rezultatele evaluărilor și de analiza modului de rezolvare a temei	în funcție de rezultatele evaluării și de ponderea rezolvării corecte a temei, ajustări ale proiectului didactic	prezentarea analitică și vectorială a unor configurații geometrice. observare directă	descrierea configurațiilor geometrice emiterea de ipoteze pe baza observațiilor directe	tablă/calculator/videoproiector	frontal
15 minute	Prezentare ecuația dreptei în plan determinată de două puncte. Panta dreptei oblice când se cunosc două puncte	se pornește de la ecuația dreptei determinată de un punct și o direcție, exemple simple, concrete	deduce (pornind de la ecuația dreptei în plan, determinată de un punct și o direcție) ecuația dreptei în plan, determinată de două puncte distincte, panta dreptei oblice când se cunosc două puncte distincte	descrierea configurațiilor geometrice prezentate, evidențierea unor caracteristici, formularea unor concluzii	tablă/calculator/videoproiector	frontal /individual
15 minute	Aplicații - ecuația dreptei în plan determinată de două puncte distincte, forme ale ecuației dreptei	fișă de lucru	organizează activitatea	rezolvarea sarcinilor din fișă de lucru	fișe de lucru	pe grupe

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

5 minute	Evaluare la final de lecție și feedback Sarcini de lucru pentru acasă (temă)	Instrument electronic Feedback imediat Temă	distribuie link-ul pentru evaluarea finală; comunică tema	rezolvarea sarcinii de lucru reflecții asupra noțiunilor învățate	acces la internet / instrument electronic pentru feedback (link https://docs.google.com/forms/d/19ezi9IjjOg5XhZWR65SJd271eUJvnNGdseo6uDbwdDs/edit?usp=sharing)	individual
----------	---	---	--	--	--	------------

Schiță lecția 2 – exemplificare prezentare teoretică

Într-un plan în care s-a fixat reperul cartezian xOy , se consideră punctele $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ pentru care $x_A \neq x_B$ (condiție care acoperă cazurile dreptelor orizontale sau oblice).

Pași în determinarea ecuației drepte:

- se utilizează ecuațiile studiate în lecția 1 “Ecuația dreptei în plan determinată de un punct și o direcție”, unde $\vec{v}_0 = a\vec{i} + b\vec{j} = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$ și punctul $M_0(x_0, y_0)$ este înlocuit cu punctul $A(x_A, y_A)$.
- se obține **ecuația dreptei în plan, determinată de punctele $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$** :

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A) \Leftrightarrow (x_B - x_A)(y - y_A) = (y_B - y_A)(x - x_A)$$

Panta dreptei AB (cazul dreptelor orizontale sau oblice) se poate calcula utilizând formula:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Observație: în cazul $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$ pentru care $x_A = x_B$ și, evident pentru a ne referi la două puncte distincte, $y_A \neq y_B$, obținem ecuația dreptei verticale determinate de cele două puncte:

$$x = x_0$$

De reținut: forme (studiate) ale ecuației dreptei în plan (cazurile dreptelor orizontale sau oblice):

- ecuația dreptei determinate de un punct $A(x_0, y_0)$ și un vector director $\vec{v}_0 = a\vec{i} + b\vec{j}$:

$$y - y_0 = \frac{b}{a}(x - x_0)$$

- ecuația dreptei determinate de un punct $A(x_0, y_0)$ și o pantă - m : $y - y_0 = m(x - x_0)$
- ecuația dreptei când se cunosc două puncte ale sale $A(x_A, y_A)$ și $B(x_B, y_B)$:

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)$$

Exemple de activități de învățare:

- recunoașterea și/sau identificarea datelor unei probleme prin raportare la formele ecuației dreptei în plan determinate de două puncte
- exprimarea vectorial sau analitic a relațiilor matematice din probleme
- recunoașterea și utilizarea ecuației dreptei în plan determinate de două puncte
- folosirea particularizării, a generalizării sau a analogiei pentru rezolvarea de probleme în care intervin forme ale ecuației dreptei determinate de două puncte
- reformularea unei probleme echivalente sau înrudite

Exemple de fișe de lucru

Grupa 1 - Fișă de lucru

Se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(7,-3)$ și $C(4,-1)$ într-un plan în care s-a fixat reperul cartezian xOy .

1. Scrie ecuația dreptei ce trece prin A și are direcția dată de vectorul $\overrightarrow{BC}$.
2. Scrie ecuația dreptei AC .
3. Determină abscisa punctului situat pe dreapta BC care are ordonata 2.
4. Determină punctul situat pe dreapta BC cu coordonatele numere reale opuse.

Grupa 2 - Fișă de lucru

Se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(7,-3)$ și $C(4,-1)$ într-un plan în care s-a fixat reperul cartezian xOy .

1. Scrie ecuația dreptei ce trece prin B și are direcția dată de vectorul $\overrightarrow{AC}$.
2. Scrie ecuația dreptei BC .
3. Determină abscisa punctului situat pe dreapta AC care are ordonata 5.
4. Determină punctul situat pe dreapta AC cu coordonatele numere reale opuse.

Grupa 3 - Fișă de lucru

Se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(7,-3)$ și $C(4,-1)$ într-un plan în care s-a fixat reperul cartezian xOy .

1. Scrie ecuația dreptei BC .
2. Arată că punctele A, B și C sunt coliniare.
3. Determină coordonatele punctului de intersecție a dreptei BC cu axa absciselor.
4. Determină punctul situat pe dreapta AC cu coordonatele numere reale egale.

Grupa 4 - Fișă de lucru

Se consideră punctele $A(-2,3)$, $B(7,-3)$, $C(4,-1)$ și $D(1,-1)$ într-un plan în care s-a fixat reperul cartezian xOy .

1. Scrie ecuația dreptei BA .
2. Arată că punctele A, B și D nu sunt coliniare.
3. Determină coordonatele punctului de intersecție a dreptei AB cu dreapta verticală de ecuație $x=1$.
4. Arată că dreptele AB și AC coincid.

Exemplu de fișă pentru evaluare și feedback – lecția 2

Înconjurați litera din dreptul răspunsului pe care îl considerați corect.

Fiecare exercițiu are un singur răspuns corect.

Timp de lucru: 5 minute.

Se acordă un punct din oficiu.

Pentru fiecare răspuns corect se acordă 3 puncte.

Într-un plan în care s-a fixat reperul cartezian xOy , se consideră punctele $B(0,3)$, $C(4,-1)$ și $D(-4, y_D)$ unde $y_D \in \mathbb{R}$.

1. Ecuația dreptei BC este:

- a) $x + y - 3 = 0$ b) $y = x - 3$ c) $4x + 4y - 3 = 0$ d) $y = x + 3$

2. Ecuația dreptei BC este $ax + 2y + b = 0$ cu $a, b \in \mathbb{R}$ dacă:

- a) $a - b = 4$ b) $a = -2, b = -6$ c) $a = 2, b = -6$ d) $b - a = 4$

3. Punctele B, C și D sunt coliniare pentru:

- a) $y_D = -1$ b) $y_D = -7$ c) $y_D = 15$ d) $y_D = 7$

Barem de evaluare și notare:

1. a) - 3 puncte
2. a) - 3 puncte
3. d) - 3 puncte

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 3. Ecuații echivalente ale dreptei - Exemplu de organizare a timpului didactic. Exemple de resurse.

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	Discutarea temei pentru acasă	evidențierea unor elemente utile pentru trecerea la noua lecție	analizează modul de rezolvare a sarcinilor cu accent pe cele ce pot constitui puncte de plecare pentru introducerea ecuațiilor echivalente ale dreptei	descrie configurațiile geometrice, verifică modul de rezolvare a sarcinilor, identifică unele metode echivalente de abordare		frontal /individual
5 minute	Captarea atenției Gândiți - Lucrați în perechi - Comunicați	Fișă de lucru <i>Intro - Ecuații echivalente</i> sau activitatea de învățare Desmos <i>Ecuații echivalente ale dreptei</i> (pagina 1)	anunță sarcina de lucru și apoi invită câteva perechi să prezinte cele 3 grupe de ecuații.	realizează sarcina de lucru: Grupează cărțile în 3 grupe de câte 3 (după ce a gândit o regulă de grupare) împărtășește unui coleg modul de grupare și grupele și decid împreună un mod de grupare și grupele de 3 cărți	Fișă de lucru - Intro - Ecuații echivalente https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62eaaf8c33b1cd05cf537da1	individual, în perechi, frontal

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

35 minute	Activitate ghidată de învățare - elevii lucrează în perechi pentru a realiza sarcinile de lucru din activitatea Desmos. Profesorul monitorizează activitatea elevilor și, la final, evidențiază definiția ecuației generale și a ecuației explicite a dreptei oblice (și semnificația coeficienților ecuației) precum și ecuația generală a dreptei orizontale/verticale.	Paginile 2-3 din activitatea Desmos <i>Ecuații echivalente ale dreptei</i> constituie evaluarea achizițiilor anterioare - elemente ancoră pentru noua învățare și oferă elevilor oportunitatea de a repeta ecuația dreptei determinată de punct și pantă. Paginile 4-16 din activitatea Desmos <i>Ecuații echivalente ale dreptei</i> oferă elevilor ocazia de a investiga ecuația explicită a dreptei oblice, ecuația generală a dreptei oblice, ecuația dreptei orizontale și ecuația dreptei verticale precum și legătura dintre fiecare tip de ecuație și reprezentarea grafică a dreptei. Paginile 17-18 sprijină elevii în scrierea ecuației explicite a unei drepte oblice atunci când se cunoaște ecuația generală a dreptei.	urmărește activitatea elevilor și oferă sprijin individual elevilor care au dificultăți în rezolvarea sarcinilor de lucru sau inițiază o discuție frontală în condițiile în care mai mulți elevi din clasă au dificultăți în înțelegerea/ rezolvarea sarcinilor de lucru	Realizează sarcinile de lucru de pe paginile 2-18 ale activității Desmos <i>Ecuații echivalente ale dreptei</i>.	https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62eaaf8c33b1cd05cf537da1	perechi și frontal
--------------	--	--	---	---	--	---------------------------

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

5 minute	Evaluare la final de lecție și feedback Sarcini de lucru pentru acasă (temă)	Instrument electronic - Activitatea de învățare Desmos <i>Ecuatii echivalente ale dreptei</i> (paginile 19-21) Feedback imediat (pentru primul exercițiu din evaluarea de la final de lecție - pag. 19) Temă	Profesorul urmărește activitatea elevilor și discută cu întreaga clasă justificările date de elevi la al doilea exercițiu din evaluarea de la final de lecție.	Rezolvă cele 2 exerciții din evaluarea de la finalul lecției.	https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62eaaf8c33b1cd05cf537da1	individual și apoi frontal
----------	---	--	--	---	---	----------------------------

Exemplu de fișă de lucru - Intro - Ecuații echivalente

Grupează ecuațiile în 3 grupe de câte 3. Care sunt regulile de grupare?

$$x - 2y - 10 = 0$$

$$y - 5 = 2(x - 1)$$

$$y + 2 = -\frac{2}{3}(x - 6)$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$y = \frac{1}{2}x - 5$$

$$y + 3 = \frac{1}{2}(x - 4)$$

$$-8x + 4y - 12 = 0$$

$$y = 2x + 3$$

$$2x + 3y - 6 = 0$$

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 4. Calcul de distanțe și arii având la bază ecuația dreptei și distanța dintre două puncte - Exemplu de organizare a timpului didactic. Exemple de resurse.

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	Discutarea temei pentru acasă	evidențierea unor elemente utile pentru trecerea la noua lecție	analizează modul de rezolvare a sarcinilor cu accent pe cele ce pot constitui puncte de plecare pentru introducerea distanței de la punct la dreaptă	descrierea configurațiilor geometrice, verificarea modului de rezolvare a sarcinilor, identificarea unor metode echivalente de abordare		frontal /individual
5 minute	Reactualizarea cunoștințelor anterioare Se poate lucra individual sau în perechi	Test realizat în LearningApps în care se vor reactualiza cunoștințele referitoare la distanța de la un punct la o dreaptă și arii: https://learningapps.org/view26236310 Joc realizat în GeoGebra în care elevii asociază formule de bază în calculul ariilor/distanțelor cu numele acestora. Jocul poate fi parcurs de elev accesând link-ul anterior sau https://www.geogebra.org/m/ewbcvmtg	anunță sarcina de lucru și solicită unui elev/grupe să prezinte rezolvarea corectă se oferă explicații suplimentare dacă este cazul	realizează sarcina de lucru: stabilesc o corespondență între numele teoremei/formulei și enunțul acesteia	Test realizat în Learning Apps, care poate fi modificat în funcție de nivelul clasei. Pentru a-i spori gradul de dificultate putem alege opțiunea de a nu dispărea perechile realizate https://learningapps.org/view26236310 Joc în GeoGebra: https://www.geogebra.org/classic/vf2d6zjk Dacă la jocul cu GeoGebra se deplasează săgețile sau casetele veți da Refresh paginii și va reveni la forma inițială	individual, în perechi, frontal
35 minute	Activitate ghidată de învățare - elevii lucrează în perechi pentru a realiza sarcinile de lucru din	În cadrul exercițiului 1 elevii exersează formulele învățate pe niște exemple concrete. Pot lucra în perechi, unul dintre elevi propune ecuația unei drepte și un punct, celălalt	dirijează activitatea elevilor, monitorizează îndeplinirea corectă a sarcinilor, trage concluzii frontal asupra anumitor aspecte sesizate, oferă explicații	rezolvă sarcinile de lucru, colaborează între ei sau cu profesorul în rezolvarea acestora, își verifică calculele folosind programele furnizate.	https://www.geogebra.org/m/x5hcqvaf https://www.geogebra.org/m/kjw3rkn8 https://www.geogebra.org/m/ewbcvmtg	individual, perechi și frontal

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

	activitatea GeoGebra. Profesorul monitorizează activitatea elevilor și, la sfârșitul fiecărei sarcini de lucru, analizează soluțiile elevilor, le optimizează acolo unde este cazul.	calculează distanța de la punct la dreaptă și apoi verifică cu ajutorul applet-ului. Analog și pentru distanța dintre 2 puncte. Rolurile se inversează între cei doi colegi, astfel încât fiecare dintre ei să aplice formulele de câte 2 ori. În cadrul exercițiului 2 elevii au de studiat coliniaritatea a 3 puncte utilizând cele două formule învățate. Se poate lucra pe grupe, uneia din grupe i se poate solicita să studieze coliniaritatea cu ajutorul formulei distanței dintre două puncte, iar celelalte folosind distanța de la unul din puncte la dreapta determinată de celelalte două. În cadrul exercițiului 3 elevii pot fi împărțiți pe grupe: o grupă calculează lungimile laturilor, iar alte 3 grupe determină ecuația unei laturi și distanța de la vârful opus la acea latură. În cadrul exercițiului 4 elevii, împărțiți pe grupe vor calcula ariile a 3 triunghiuri (fiecare grupă câte un triunghi) folosind formulele din geometria sintetică și cele nou învățate. Vor fi trase concluzii frontal. Elevii vor folosi ecuațiile dreptelor	suplimentare acolo unde elevii întâmpină dificultăți			
--	---	--	---	--	--	--

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

		orizontale, verticale dar și ecuația generală implicită a unei drepte oblice. În cadrul exercițiului 5 putem sublinia după rezolvarea sarcinilor că triunghiul este isoscel, liniile importante duse din vârf coincid și punctul D este situat pe bisectoare.				
5 minute	Evaluare la final de lecție și feedback Sarcini de lucru pentru acasă (temă)	Evaluarea finală se va face rezolvând individual testul de final de lecție. Tema e alcătuită din ultimele două exerciții.	urmărește activitatea elevilor și dă un feedback stimulat în final. Se discută frontal rezolvarea corectă a sarcinii de lucru	rezolvă testul propus	https://www.geogebra.org/m/ewbcvmtg	individual și apoi frontal

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 5. Aplicații și evaluare - Exemplan de organizare a timpului didactic. Exemple de resurse.

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	discutarea temei pentru acasă	-	analizează modul de rezolvare a sarcinilor	descrierea configurațiilor geometrice, verificarea modului de rezolvare a sarcinilor, identificarea unor metode echivalente de abordare	-	frontal /individual
5 minute	La finalul unității de învățare: <i>Ce am învățat?</i> (discuție structurată)	-	Facilitează discuția structurată și se asigură că toți elevii contribuie la discuție.	Contribuie la discuție.	-	frontal
35 minute	Test de evaluare sumativă	-	Profesorul monitorizează activitatea elevilor	Rezolvă sarcinile de lucru.	Instrument electronic de evaluare (link https://docs.google.com/forms/d/1WcDC1J_QzCpLrVt-UW4cZnCYgXrX-iIhxgky9X2MaSs/edit?usp=sharing)	individual
5 minute	Colectare de feedback de la elevi: <i>Cât de stresant a fost testul de evaluare sumativă?</i>	-	Colectează feedback-ul de la elevi	Completează <i>Fișa de colectare de feedback</i> .	Lecția 5_Fișa de colectare de feedback	individual

Exemplu de instrument de evaluare la finalul unității de învățare

Determinarea ecuației dreptei în condiții date. Calcul de distanțe și arii

Înconjuțați litera din dreptul răspunsului pe care îl considerați corect.

Fiecare exercițiu are un singur răspuns corect.

Timp de lucru: 35 de minute.

Se acordă un 10 puncte din oficiu.

Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total obținut.

1. Se consideră punctele $A(1,0)$ și $B(-1,3)$. Ecuația dreptei AB este:

a) $y = -\frac{2}{3}x + 1$ b) $y = -\frac{3}{2}(x-1)$ c) $3x + 2y + 1 = 0$ d) $3x + 2y + 3 = 0$

(10 puncte)

2. Se consideră punctul $B(-1,3)$ și vectorul $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j}$. Ecuația dreptei ce trece prin B și are direcția dată de vectorul $\vec{u}$ este:

a) $x + y - 2 = 0$ b) $y = x - 4$ c) $x - y + 2 = 0$ d) $y = x + 4$

(15 puncte)

3. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(3,-1)$ și $B(1,1)$. Numerele reale m și n pentru care punctele A și B se află pe dreapta de ecuație $x + my + n = 0$ sunt:

a) $m = 1, n = -2$ b) $m = 1, n = 2$ c) $m = 5, n = -2$ d) $m = -3, n = 2$

(10 puncte)

4. Numărul real m pentru care punctele $A(2,4)$, $B(3,3)$ și $C(m,5)$ sunt coliniare este:

a) $m = 3$ b) $m = 1$ c) $m = 7$ d) $m = -1$

(15 puncte)

5. Se consideră dreapta d de ecuație: $4x - y + 15 = 0$. Distanța de la punctul $A(2,3)$ la dreapta d este:

a) $\frac{25\sqrt{13}}{13}$ b) $\frac{20}{3}$ c) $\frac{20}{\sqrt{17}}$ d) 4

(10 puncte)

6. În reperul cartezian xOy se consideră triunghiul ABC cu vârfurile $A(5,3)$, $B(2,2)$ și $C(2,-4)$. Lungimea înălțimii duse din vârful A pe BC este egală cu:

a) 3 b) $\sqrt{10}$ c) 4 d) 1

(15 puncte)

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

7. În reperul cartezian xOy se consideră triunghiul ABC cu vârfurile $A(6,2)$, $B(3,3)$ și $C(5,-3)$. Aria triunghiului ABC este egală cu:

a) 16 b) 18 c) -8 d) 8

(15 puncte)

Barem de evaluare și notare:

1. b) - 10 puncte
2. d) - 15 puncte
3. a) - 10 puncte
4. b) - 15 puncte
5. c) - 10 puncte
6. a) - 15 puncte
7. d) - 15 puncte

Matrice de specificații

Competențe de evaluat Conținuturi	CS 1.5	CS 3.5	CS 4.5	CS 6.5	Total
Ecuția dreptei în plan determinată de un punct și o direcție		2 (15p)			15p
Ecuția dreptei în plan determinată de două puncte	1 (10p)			4 (15p)	25p
Ecuția generală implicită/ explicită a dreptei, drepte orizontale, verticale, oblice		3 (10p)	6 (15p)		25p
Distanța dintre două puncte, distanța de la un punct la o dreaptă utilizând arii, calcul de arii	5 (10p)		7 (15p)		25p
Total	20p	25p	30p	15p	90p

Competențe de evaluat asociate testului de evaluare sumativă:

CS 1.5. Descrierea unor configurații geometrice analitic sau utilizând vectori

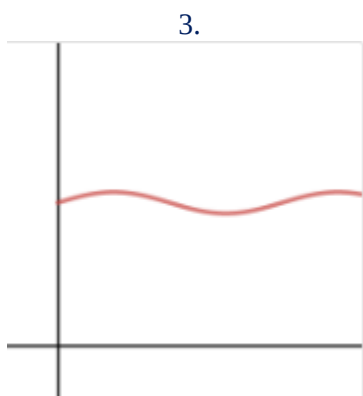
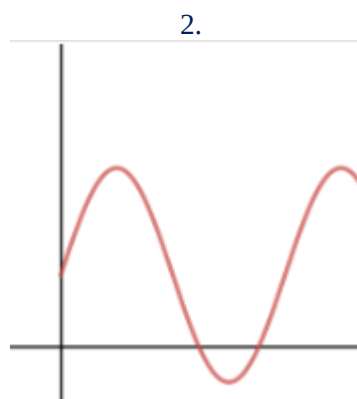
CS 3.5. Utilizarea informațiilor oferite de o configurație geometrică pentru deducerea unor proprietăți ale acestora și calculul de distanțe și arii

CS 4.5. Exprimarea analitică, sintetică sau vectorială a caracteristicilor matematice ale unei configurații geometrice

CS 6.5. Modelarea unor configurații geometrice analitic, sintetic sau vectorial

Exemplu de fișă - colectare de feedback

Încercuiește numărul graficului care reprezintă cel mai bine nivelul tău de stres din timpul testului de evaluare finală de azi.



Explică alegerea graficului.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 6. Remediere/ aprofundare (după caz) - Exemplu de organizare a timpului didactic. Exemple de resurse.

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
10 minute	Discutarea greșelilor tipice la testul de evaluare finală	-	Prezintă greșelile tipice și apoi facilitează discuția.	Contribuie la discuție.	-	frontal
35 minute	Activități remediale/ activități de aprofundare (funcție de rezultatele la test)	Sunt pregătite activități de învățare diferențiate, funcție de rezultatele la test. Pentru această lecție am pregătit două exemple de activități de învățare (una remedială și alta de aprofundare).	Profesorul urmărește activitatea elevilor și oferă sprijin individual elevilor care au dificultăți în rezolvarea sarcinilor de lucru.	Realizează sarcinile de lucru din fișa de lucru/	Fișa de lucru - activitate remedială (include și activitatea de învățare ghidată în https://www.geogebra.org/m/pyv9mbw5) Activitate Desmos Aterizează avionul https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/62ec0712b87b5b0641d0b0ab	grupe/ perechi
5 minute	Evaluare la final de lecție și feedback Sarcini de lucru pentru acasă (temă)		Profesorul oferă elevilor feedback.	Reflecții asupra celor învățate		pe grupe și apoi frontal

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formare/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplu de fișă de lucru - Activitate remedială/de aprofundare - Ecuația dreptei determinată de un punct și o direcție dată

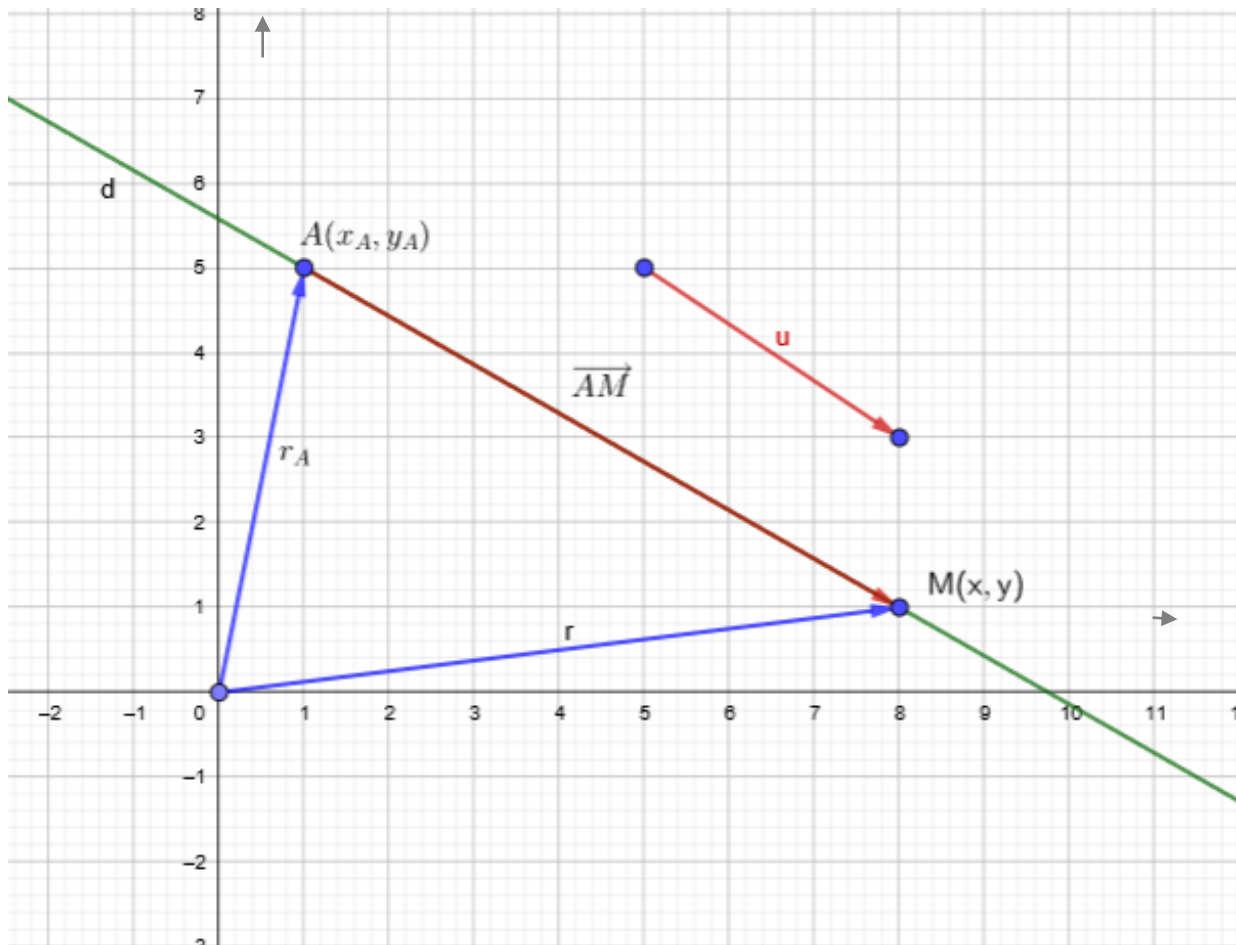
Context recapitulativ:

- 1) În geometria sintetică, în raport cu axiomatica lui Euclid, acceptăm faptul că o dreaptă este determinată (este unică) atunci când:
 - se cunosc două puncte distincte ale dreptei;
 - se cunoaște un punct și o direcție.
- 2) Când caracterizăm un vector liber, $\vec{u}$, luăm în discuție:
 - direcția sa;
 - sensul;
 - modulul (mărimea);
 - coordonatele sale: $\vec{u} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j}$ - a și b sunt coordonatele vectorului;
 - modulul: $|\vec{u}| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
- 3) Când caracterizăm un vector de tipul $\overrightarrow{AB}$, luăm în discuție:
 - direcția sa;
 - sensul;
 - modulul (mărimea);
 - originea A și coordonatele sale $A(x_A, y_A)$;
 - extremitatea B și coordonatele sale $B(x_B, y_B)$;
 - descrierea vectorului după descompunerea sa pe direcțiile versorilor: $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A) \cdot \vec{i} + (y_B - y_A) \cdot \vec{j}$;
 - scrierea vectorului $\overrightarrow{AB}$ cu ajutorul vectorilor de poziție: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$
 - modulul: $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- 4) În termenii geometriei vectoriale și analitice:
 - a cunoaște un punct este echivalent cu a cunoaște coordonatele sale; vom nota cu $A(x_A, y_A)$ un punct pentru care se cunosc coordonatele: x_A - abscisa punctului A ; y_A - ordonata punctului A ;
 - a cunoaște o direcție înseamnă a cunoaște:
 - o un vector care are direcția respectivă;
 - o panta/coeficientul unghiular pentru o dreaptă, oblică sau orizontală, care este reprezentantă a direcției.
- 5) În geometria analitică și vectorială, a cunoaște o dreaptă înseamnă a cunoaște ecuația dreptei într-unul dintre cazurile:
 - **ecuația generală implicită a dreptei:** $ax + by + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$, unde a și b nu sunt concomitent nule ($a^2 + b^2 \neq 0$);
 - **ecuația generală explicită a dreptei:**
 - o cazul dreptelor oblice: $y = mx + n$, $m \in \mathbb{R} - \{0\}$, $n \in \mathbb{R}$, unde m - panta dreptei și n ordonata la origine (ordonata punctului de pe dreaptă ce corespunde abscisei 0)
 - o cazul dreptelor orizontale: $y = n$, $n \in \mathbb{R}$; $y = 0$ - ecuația dreptei ce corespunde axei Ox
 - o cazul dreptelor verticale: $x = n$, $n \in \mathbb{R}$; $x = 0$ - ecuația dreptei ce corespunde axei Oy
 - **ecuațiile parametrice ale dreptei:** $\begin{cases} x = a \cdot t + b \\ y = c \cdot t + d \end{cases}$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ și oricare $t \in \mathbb{R}$ (parametru), unde a și c nu sunt concomitent nule.

Etape de determinare a ecuației unei drepte d când se cunosc:

- un punct $A(x_A, y_A)$
 - o direcție – vectorul $\vec{u} = a \cdot \vec{i} + b \cdot \vec{j}$
- I.** Considerarea unui punct oarecare al dreptei $d : M(x, y) \in d$.
- II.** Determinarea coordonatelor vectorului $\overrightarrow{AM} : \overrightarrow{AM} = (x - x_A) \cdot \vec{i} + (y - y_A) \cdot \vec{j}$.
- III.** Interpretarea condiției de paralelism dintre vectorii $\overrightarrow{AM}$ și $\vec{u}$: oricare ar fi $M(x, y) \in d$, există $t \in \mathbb{R}$ astfel încât $\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}$.

Observație: ecuația vectorială a dreptei $d : \overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}$ și $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{OA} = \vec{r} - \vec{r}_A \rightarrow \vec{r} = \vec{r}_A + t \cdot \vec{u}$.



SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Aplicație – activitate ghidată cu elevii – Geogebra <https://www.geogebra.org/m/pyv9mbw5>:

Se consideră $A(-1, 2)$ și $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Scrieți:

- a. ecuația dreptei d ce conține pe A și are direcția vectorului $\vec{u}$;
- b. panta dreptei d ;
- c. ecuația explicită a dreptei d .

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

III.3. ELEMENTE DE PROIECTARE DIDACTICĂ – EXEMPLIFICARE PENTRU UNITATEA DE ÎNVĂȚARE „PROBLEME DE NUMĂRARE: PERMUTĂRI, ARANJAMENTE, COMBINĂRI”, CORESPUNZĂTOARE PROGRAMEI ȘCOLARE PENTRU MATEMATICĂ, 2 ORE

DOMENIUL DE CONȚINUT	ALGEBRĂ				
UNITATE DE ÎNVĂȚARE	Probleme de numărare: permutări, aranjamente, combinații				
Nr. ore alocate	5				
TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Probleme de numărare	Permutări	1.3 3.3	A1. Identificarea posibilităților de numărare în cadrul unor situații concrete A2. Utilizarea formulei de calcul a permutărilor A3. Exprimarea prin simbolurile specifice a informațiilor/ relațiilor matematice dintr-o problemă A4. Utilizarea unor formule standard în rezolvarea de exerciții și probleme A5. Identificarea de metode diferite de rezolvare a unor probleme de numărare A6. Formularea unei probleme echivalente sau înrudite A7. Rezolvarea de probleme și situații problemă	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme; - resurse materiale: manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișă de lucru - resurse web: Google forms; quizziz; eduboom https://quizizz.com/join/quiz/62e92cc3546123001dcbeff1/start	Evaluarea achizițiilor anterioare - elemente ancoră pentru noua învățare Feedback și analiză Evaluare curentă: observație directă Evaluarea noilor achiziții

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Aranjamente	Aranjamente de n elemente luate câte k	1.3 3.3	A1. Utilizarea formulei standardizate A2. Exprimarea prin simbolurile specifice a informațiilor/ relațiilor matematice dintr-o problemă A3. Compararea și observarea unor asemănări și deosebiri între noțiunile matematice învățate A4. Formarea obișnuinței de a verifica dacă o problemă este sau nu determinată A5. Utilizarea unor formule standard în rezolvarea de exerciții și probleme A6. Identificarea de metode diferite de rezolvare a unor probleme de numărare A7. Formularea unei probleme echivalente sau înrudite A8. Rezolvarea de probleme și situații problemă	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația, exercițiul, rezolvarea de probleme; - resurse materiale: manual, tablă, auxiliare, laptop/telefon, videoproiector, fișă de lucru - resurse web: Google forms; quizziz; eduboom	Evaluare scrisă formativă (<i>Quizziz, Google forms</i>); Observare curentă

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Combinări	Combinări de n elemente luate câte k	3.3 4.3	A1. Utilizarea formulei standardizate A2. Exprimarea prin simbolurile specifice a informațiilor/ relațiilor matematice dintr-o problemă A3. Compararea și observarea unor asemănări și deosebiri între noțiunile matematice învățate A4. Formarea obișnuinței de a verifica dacă o problemă este sau nu determinată A5. Utilizarea unor formule standard în rezolvarea de exerciții și probleme A6. Identificarea de metode diferite de rezolvare a unor probleme de numărare A7. Formularea unei probleme echivalente sau înrudite A8. Rezolvarea de probleme și situații problemă	a) umane: clasă omogenă de elevi; b) temporale: 50 minute; c) oficiale: programa școlară; repere metodologice pentru aplicarea noului curriculum la clasa a IX-a, planificarea.	Evaluare curentă: observație directă Evaluarea noilor achiziții

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Aplicații	Aplicații: permutări aranjamente, combinări	3.3 4.3	A1. Elaborarea unei scheme a lecției de recapitulare a metodelor de numărare, însoțită de analizarea metodelor optime de determinare a numărului de alegeri A2. Identificarea asemănărilor și deosebirilor între aranjamente și permutări, între aranjamente și combinări, între combinări și permutări A3. Numărarea corectă a modurilor de alegere a unor elemente, ținând cont de modul în care ordinea influențează sau nu rezultatul A4. Determinarea metodei corecte de numărare în situații practice (anagramări de cuvinte, alcătuirea de circuite de obiective turistice de către o agenție de voiaj) A5. Utilizarea strategiilor de rezolvare învățate în context practic- aplicativ (de exemplu, pentru determinarea numărului de moduri în care se poate alcătui un meniu de nuntă, având la dispoziție meniul oferit de restaurant) A6. Transpunerea unor situații practice care necesită argumentarea demersului ales (selectarea a 3 cărți din cele patru date, în diferite situații) A7. Utilizarea metodei de numărare corecte (lucru pe grupe de elevi)	Instrument electronic de evaluare: https://quizizz.com/join/quiz/62ef42fbd17ba8001ee30faf/start	Evaluarea achizițiilor anterioare - elemente ancoră pentru noua învățare Feedback și analiză Evaluare curentă: observație directă

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

TITLUL LECȚIEI	CONȚINUTURI	COMPETENȚE SPECIFICE	ACTIVITĂȚI DE ÎNVĂȚARE	RESURSE	EVALUARE
Aplicații și evaluare	-	1.3 3.3 4.3	A1. Exprimarea prin simboluri specifice a relațiilor matematice dintr-o problemă A2. Interpretarea parametrilor unei probleme ca o parte a ipotezei acesteia A3. Utilizarea formulelor standardizate în înțelegerea ipotezei A4. Folosirea regulilor de generare logică a reperelor sau a formulelor invariante în analiza de probleme A5. Construirea și interpretarea unor diagrame, tabele, scheme grafice ilustrând situații cotidiene;	Instrumente electronice de evaluare	Evaluare sumativă Feedback în vederea stabilirii unui plan de activități remediale/de aprofundare

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplu de diagnoză a învățării (achiziții din învățământul gimnazial, în relație cu noua învățare)

Test inițial, clasa a X-a, probleme de numărare

La problemele 1, 2 și 3 încercuiți răspunsul corect.

(15p) 1. Numărul submulțimilor unei mulțimi cu 3 elemente este egal cu:

- A. 3 B. 6 C. 8 D. 9

(15p) 2. Numărul numerelor naturale formate din patru cifre distincte ce se pot forma cu elementele mulțimii $\{1, 2, 3, 4\}$ este egal cu:

- A. 24 B. 12 C. 6 D. 9

(15p) 3. Numărul submulțimilor cu două elemente ale mulțimii $\{3, 4, 5, 6\}$ este egal cu:

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

(15p) 4. Numărul numerelor naturale formate din două cifre distincte este egal cu:

- A. 90 B. 81 C. 72 D. 9

La problemele 5 și 6 scrieți pe foaia de evaluare rezolvarea completă.

(15p) 5. Determinați numărul numerelor pare de forma $\overline{abc}$ care verifică relația $a + b < 3$.

(15p) 6. Determinați numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$ care au proprietatea că $f(1)$ este pătrat perfect (utilizați eventual reprezentarea cu diagrame).

Barem de notare și evaluare

Se acordă 10 p din oficiu.

La problemele 1, 2, 3 și 4:

1	C	15 p
2	A	15 p
3	C	15 p
4	B	15 p

La problemele 5 și 6:

5. Determinați numărul numerelor pare de forma $\overline{abc}$ care verifică relația $a + b < 3$.

$a + b < 3 \Rightarrow a + b = 1$ sau $a + b = 2 \Rightarrow \overline{abc} = \overline{10c}$, $\overline{abc} = \overline{20c}$ sau $\overline{abc} = \overline{11c}$	5 p
$\overline{abc}$ număr par $\Rightarrow c \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$, deci poate lua 5 valori	5 p
Sunt $3 \cdot 5 = 15$ numere care verifică datele problemei	5 p

6. Determinați numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$ care au proprietatea că $f(1)$ este pătrat perfect.

$f(1) \in \{0, 1, 4\}$, deci poate lua 3 valori	5 p
$f(2), f(3) \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$, deci pot lua fiecare 5 valori	5 p
Sunt $3 \cdot 5 \cdot 5 = 75$ de funcții	5 p

Exemplificare pentru Lecția 1 Permutări

1.3. Recunoașterea unor date de tip probabilistic sau statistic în situații concrete

3.3. Utilizarea unor algoritmi specifici calculului financiar, statisticii sau probabilităților pentru analiza de caz

Se reamintesc câteva elemente legate de mulțimi finite, operații cu mulțimi, cardinalul unei mulțimi finite și proprietăți ale acestuia.

$$1) \text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B) - \text{card}(A \cap B)$$

$$2) \text{card}(A - B) = \text{card}(A) - \text{card}(A \cap B)$$

$$3) \text{card}(A \times B) = \text{card}(A) \cdot \text{card}(B)$$

Teoremă. Se consideră A și B două mulțimi finite, $\text{card}(A) = n$ și $\text{card}(B) = m$, unde m și n aparțin numerelor naturale nenule. Atunci numărul tuturor funcțiilor $f: A \rightarrow B$ este m^n .

Propoziție. Numărul tuturor submulțimilor unei mulțimi cu n elemente este 2^n , unde n aparține numerelor naturale.

Contextualizare:

- 1) Dintr-un grup de 50 de turiști, 35 cunosc engleza, iar 25 franceza. Câți turiști cunosc ambele limbi?**
-

Exemplificare raționament:

Se consideră A mulțimea turiștilor, B mulțimea turiștilor care cunosc engleza, C mulțimea turiștilor care cunosc franceza.

Avem $\text{card}(A) = 50$, $\text{card}(B) = 35$, $\text{card}(C) = 25$. Știm că $\text{card}(A) = \text{card}(B \cup C)$.

Astfel $\text{card}(B \cup C) = \text{card}(B) + \text{card}(C) - \text{card}(B \cap C)$.

Deci $50 = 35 + 25 - \text{card}(B \cap C)$

Obținem $\text{card}(B \cap C) = 10$.

-
- 2) Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, \dots, 8\}$.**

a) Câte submulțimi ale lui A conțin numai numere pare?

b) Câte submulțimi ale lui A care conțin elementul 1 există?

Exemplificare raționament:

a) Ca să aflăm numărul submulțimilor lui A care conțin numai numere pare, scriem mulțimea elementelor pare din A sub forma $\{2, 4, 6, 8\}$, iar numărul submulțimilor mulțimii $\{2, 4, 6, 8\}$ care îndeplinesc condițiile problemei este $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ (mulțimea vidă nu convine).

Deci, 15 reprezintă numărul de submulțimi ale lui A care conțin numai numere pare.

b) Pentru a afla submulțimile lui A care conțin elementul 1, vom considera mulțimea $A \setminus \{1\} = \{2, \dots, 8\}$. Dacă la fiecare submulțime a lui $A \setminus \{1\}$ adăugăm elementul 1, obținem o submulțime ale lui A care conțin elementul 1, deci avem $2^7 = 128$ de submulțimi ale lui A care conțin elementul 1.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Activitate în perechi

Fiecare elev formulează câte o problemă similară cu cea anterioară.

În perechi, elevul propune problema spre rezolvare colegului de bancă.

(Feedback în cadrul perechii, activitate în observația profesorului).

Permutări

Definiție: Mulțimile ordonate cu n elemente, n număr natural nenul ce se obțin prin ordonarea unei mulțimi finite cu n elemente se numesc permutări ale unei mulțimi.

Teorema: Numărul P_n al tuturor permutărilor unei mulțimi cu n elemente este $P_n = n!$ unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Prin convenție $0! = 1 = P_0$

Aplicație – pentru utilizarea formulei prezentate anterior:

- 1) În câte moduri pot fi așezate, pe un raft, 5 cărți cu autori diferiți?

Exemplificare raționament:

Trebuie să determinăm numărul de permutări ale unei mulțimi cu 5 elemente (cărțile distincte), adică $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

Profesorul invită elevii să discute situația-problemă propusă, insistând pe faptul că cele 5 cărți sunt distincte.

Se va insista pe valorile permutărilor de n elemente, cu $n = \overline{1,10}$, accentuând că aceste valori cresc semnificativ odată cu creșterea numărului de elemente. Se poate asocia o cerință de tipul: Cât timp ar fi necesar pentru a așeza în toate modurile posibile 10 cărți diferite pe raft? Elevul este orientat să determine un timp asociat unei permutări, apoi să determine timpul total.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplificare – elemente de organizare a timpului didactic

ETAPELE LECȚIEI	DETALIERE	STRATEGII DIDACTICE	
		METODE SI PROCEDEE	PROCEDEE DE EVALUARE
1. Moment organizatoric (3 min)	- asigurarea condițiilor optime de desfășurare a lecției, verificarea prezentei elevilor, a caietelor de notițe	- conversația	- observația
2. Captarea atenției (2 min)	- anunțarea titlului lecției, a scopului și a scopurilor urmărite, organizarea clasei	- conversația - explicația	- observația
3. Actualizarea cunoștințelor elevilor (10 min)	- actualizarea noțiunii de mulțime finită, ordonată, de permutare, a formulei de calcul a permutărilor	- conversația - exercițiul	- observația sistematică a elevilor
4. Dirijarea învățării (15 min)	- împărțirea fișelor de lucru, anunțarea elevilor privind faptul că fiecare echipă în perechi de câte 2 trebuie să rezolve cel puțin două probleme pe caiete în timp de 10 minute	- explicația - conversația euristică, exercițiul	- observația sistematică a elevilor - notarea răspunsurilor
5. Fixarea cunoștințelor și realizarea feedback-ului (15 min)	- rezolvarea la tablă a sarcinilor de lucru din fișă, elevii din clasă având posibilitatea să compare rezultatele cu ceea ce au rezolvat ei	problematizarea - învățarea prin descoperire	- observația sistematică a elevilor
6. Formularea aprecierilor și tema pentru acasă (5 min)	- formularea de către profesor a unor aprecieri, observații și recomandări - notarea elevilor care s-au remarcat - problemele propuse și neabordate în clasă devin tema pentru acasă	- conversația	- notarea răspunsurilor

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplificare:

Metoda mozaicului aplicată la lecția: Mulțimi finit ordonate. Permutări (prezentarea metodei)

ETAPE

1. Clasa va fi împărțită în patru grupe eterogene de patru elevi, fiecare dintre aceștia primind o fișă de lucru ce conține patru probleme. Fișele sunt notate cu câte o literă A, B, C, D. Problemele din fișe vor fi discutate și rezolvate de către elevi.

2. Lecția va fi prezentată succint. Vor fi amintite noțiunile de mulțime finită, ordonată, de permutare, a formulei de calcul a permutărilor.

Se vor explica sarcinile de lucru și modul în care se va desfășura activitatea.

Fișa A va cuprinde probleme de scriere a unor mulțimi finite cu anumite proprietăți.

Fișa B va cuprinde probleme de aflare a numărului de mulțimi, folosind permutările.

Fișa C va cuprinde probleme de calcul al unor factoriale.

Fișa D va cuprinde probleme de rezolvare a unor ecuații sau inecuații cu factoriale.

3. Elevii se vor regrupa în funcție de litera fișei, primite în grupurile de experți A, B, C, D.

4. Elevii vor rezolva prin cooperare, dar și cu ajutorul profesorului, exercițiile din fișe, apoi vor hotărî modul în care vor explica și celorlalți colegi soluțiile problemelor din fișă.

5. Elevii vor reveni apoi în grupul original și vor explica celorlalți colegi problemele rezolvate din fișele celorlalte grupe. Dacă există neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membri din grupul expert pentru secțiunea respectivă. În acest fel, fiecare elev devine responsabil atât pentru propria sa înțelegere a problemelor, cât și pentru transmiterea și explicarea completă și corectă a soluțiilor problemelor. Întreaga activitate va fi monitorizată de profesor, pentru ca achizițiile să fie corect transmise.

6. Toate problemele rezolvate, vor fi apoi prezentate pe planșe întregii clase, iar câteva exerciții bine alese de profesor vor evidenția nivelul de înțelegere a temei.

Metoda mozaicului are avantajul că implică toți elevii în activitate, și că fiecare dintre ei devine responsabil, atât pentru propria învățare, cât și pentru învățarea celorlalți. De aceea metoda este foarte utilă în motivarea elevilor, iar faptul că se transformă pentru scurt timp în „profesori”, le conferă un ascendent moral asupra colegilor.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplificare – elemente de organizare a timpului didactic pentru lecția „Aranjamente”; recomandări

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
2 minute	Moment organizatoric				
8 minute	Reactualizare a cunoștințelor anterioare	Facilitează actualizarea cunoștințelor din lecția anterioară: <i>quizziz</i> . <i>Permutări</i>	https://quizziz.com/admin/quiz/62f358d39ce36f001d02d058?source=quiz_page	- resurse digitale: quizziz	individual; frontal
5 minute	Captarea atenției	Propune elevilor să scrie toate cuvintele de două litere distincte ce se pot forma folosind literele a, b, c, d , apoi să stabilească câte cuvinte au obținut. Aceeași cerință folosind primele 10 litere din alfabet.	Elevii observă că sunt 12 cuvinte de două litere distincte. Pentru a doua sarcină vor constata că scrierea tuturor cuvintelor este anevoioasă. Unii elevi pot observa că pot rezolva a doua cerință fără să scrie propriu-zis toate cuvintele. Vor stabili că se pot scrie $10 \times 9 = 90$ cuvinte.	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; - resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	frontal
2 minute	Anunțarea temei și activităților de învățare principale	Anunță titlul lecției.	Elevii notează pe caiete titlul lecției.		

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
10 minute	Prezentarea optimă a conținutului și dirijarea învățării	Introduce definiția aranjamentelor de n elemente luate câte k . Dacă A este o mulțime cu n elemente, atunci submulțimile ordonate ale mulțimii A , având fiecare câte k elemente ($0 \leq k \leq n$) se numesc aranjamente de n luate câte k . Numărul aranjamentelor de n elemente luate câte k se notează: A_n^k Se precizează modul în care se citește.	Bazându-se pe exemplul anterior, observă că două aranjamente de n elemente luate câte k se deosebesc prin natura elementelor sau prin ordinea lor. Utilizând notația vor scrie pentru cele două exemple aranjamentele corespunzătoare, vor calcula și pentru al doilea exemplu numărul de cuvinte ce se pot forma. $A_n^0 = 1$ și $A_n^n = P_n$	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; - resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	frontal
		Oferă contexte de aplicare a formulei standardizate $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$; $0 \leq k \leq n$; $n, k \in \mathbb{N}$	Utilizând formula, rezolvă exercițiile 1-3 din fișa de lucru	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; - resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	
		Sprijină și îndrumă elevii în exprimarea prin simboluri specifice a informațiilor/ relațiilor matematice dintr-o problemă	Rezolvă exercițiile 4-5 din fișa de lucru	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; - resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
		Sprijină și îndrumă elevii în compararea și observarea unor asemănări și deosebiri între noțiunile matematice învățate	Rezolvă exercițiul 6 din fișa de lucru	resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	frontal
		Facilitează la elevi formarea/consolidarea obișnuinței de a verifica dacă o problemă poate avea sau nu soluție/soluții, dacă o soluție este unică sau nu, dacă răspunsul este compatibil cu un context real propus. Încurajează elevii spre optimizarea strategiei de rezolvare a problemei.	Rezolvă exercițiile 7-11 din fișa de lucru	resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Timp didactic	Componentă	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
		Oferă contexte de utilizare a unor formule standard în rezolvarea de exerciții și probleme	Rezolvă exercițiile 12-13 din fișa de lucru	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; - resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	
10 minute	Fixarea cunoștințelor	Sprijină și îndrumă elevul în vederea identificării de metode diferite de rezolvare a unor probleme de numărare	Vizualizează https://eduboom.ro/video/419/aranjamente-aplicatii-m2m3 Formulează și compară raționamente	- resurse procedurale: conversația, explicația, demonstrația; - resurse materiale: tablă, videoproiector, laptop, telefon	în perechi; frontal
		Propune situații relevante de rezolvare de probleme			
5 minute	Asigurarea retenției și transferului	Stabilește tema pentru acasă, completând cerințe prestabilite cu noi cerințe ca urmare a feedback-ului de la elevi	Rezolvă exercițiile 14-15 din fișa de lucru ca temă pentru acasă	- resurse procedurale: conversația, explicația - resurse materiale: tablă; caiete; instrumente de scris	individual
8 minute	Evaluare la final de lecție	Evaluare pentru învățare - aranjamente.	Completează formularul: https://forms.office.com/r/Kr8Aks7wrK	- resurse procedurale: exercițiul - resurse web: formular Google	individual

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplificare fișă de lucru

Fișa de lucru are în vedere activitățile de învățare menționate. În funcție de specificul colectivului de elevi, profesorul va decide alocarea temporală pentru fiecare activitate de învățare, precum și gradul de detaliere a discuțiilor preliminare, respectiv finale sarcinilor de lucru propuse.

- **utilizarea formulei standardizate**

1. Calculați A_5^3 .
2. Aduceți la o formă mai simplă $\frac{A_7^2 - A_5^1}{A_6^3}$.
3. Comparați numerele $a = A_{10}^8$ și $b = A_{10}^7$.

- **exprimarea prin simbolurile specifice a informațiilor/ relațiilor matematice dintr-o problemă**

4. Determinați câte cuvinte de două litere diferite se pot forma utilizând literele din mulțimea $\{a, b, c, d, e\}$.
5. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Determinați numărul natural n știind că mulțimea A are 56 de submulțimi ordonate cu două elemente.

- **compararea și observarea unor asemănări și deosebiri între noțiunile matematice învățate**

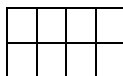
6. Se consideră mulțimea $\{1; 2; 3; 4; 5\}$.
 - a) Determinați câte numere de 5 cifre distincte se pot forma utilizând cifrele din mulțime.
 - b) Determinați câte numere de 5 cifre se pot forma utilizând cifrele din mulțime.
 - c) Determinați câte numere de 3 cifre distincte se pot forma utilizând cifrele din mulțime.
 - d) Determinați câte numere de 3 cifre se pot forma utilizând cifrele din mulțime.

- **formarea obișnuinței de a verifica dacă o problemă este sau nu determinată**

7. Determinați numărul natural n pentru care $A_n^2 = 7$.
8. Determinați numerele naturale pentru care este definită expresia A_{2n+5}^7 .

- **utilizarea unor formule standard în rezolvarea de exerciții și probleme**

9. Determinați numărul natural n pentru care $A_n^2 = 56$
10. Se consideră 10 puncte, oricare trei necoliniare. Câte semidrepte distincte determină aceste puncte?
11. Un copil vrea să coloreze două pătrate din desenul alăturat folosind culorile roșu și verde. Câte configurații poate obține?



- **identificarea de metode diferite de rezolvare a unor probleme de numărare**

12. La o serbare de Crăciun participă 15 copii. Fiecare oferă celorlalți copii câte o felicitare. Câte felicitări au fost oferite?
13. Câte numere naturale nenule, diferite se pot forma cu cifrele 0,1,2,3,4?

- **formularea unei probleme echivalente sau înrudite**

14. Formulați o problemă de numărare al cărei rezultat este egal cu A_7^3 .
15. Formulați o problemă a cărei rezolvare presupune determinarea soluției ecuației $A_n^2 = 72$.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplificare – sarcini de lucru

Ce cunoaștem!

Definiție

Mulțimea A este submulțime a mulțimii B dacă orice element care aparține mulțimii A aparține și mulțimii B .

Definirea noțiunii de combinări de n elemente luate câte k

Identificarea combinărilor de n elemente, luate câte k : dacă A este o mulțime cu n elemente, submulțimile lui A formate din k elemente, $0 \leq k \leq n$ se numesc combinări de n elemente luate câte k , unde n și k sunt numere naturale

Notăție: C_n^k

Citim: „combinări de n elemente luate câte k ”.

Reținem Numărul combinărilor de n elemente luate câte k este egal cu

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, 0 \leq k \leq n.$$

Proprietățile combinărilor:

- a) **Formula combinărilor complementare** $C_n^k = C_n^{n-k}$
- b) **Formula de recurență a combinărilor** $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$
- c) $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$

Obs. Numărul total al submulțimilor unei mulțimi cu n elemente este 2^n .

Verificăm ceea ce cunoaștem în context aplicativ!

- a) **Scrierea combinărilor de k elemente ale unei mulțimi cu n elemente**
Scrieți combinațiile de trei elemente ale mulțimii $\{2,3,4,5\}$
- b) **Determinarea numărului combinărilor de n elemente luate câte k**
Determinați numărul de combinații de 3 elemente ale mulțimii $\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$
- c) **Efectuarea de calcule cu combinări**
Calculați: a) C_8^2 b) C_{10}^3
- d) **Aplicare în contexte practice**
La un concurs de badminton fiecare jucător dispută un meci cu fiecare din ceilalți participanți. Știind că au participat 10 jucători, determinați numărul de partide disputate.
Determinați câte este numărul total de variante posibile la jocul *Loto 5 din 40*.
- e) **Utilizarea proprietăților combinărilor în vederea determinării/verificării de noi relații/proprietăți (particularizare/generalizare)**
Arătați că $C_6^4 + C_7^3 - C_6^2 - C_7^4 = 0$
Arătați că $C_6^4 - C_5^4 - C_4^3 - C_4^2$ este număr natural.
Calculați $C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + \dots + C_{10}^{10}$

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

f) Rezolvare de ecuații cu combinări

a) Numărul submulțimilor de două elemente ale unei mulțimi A este egal cu 21. Determinați numărul elementelor mulțimii A .

b) Rezolvați ecuația $C_{n+1}^2 + C_n^1 = 14$.

g) Rezolvare de inecuații cu combinări

Rezolvați inecuația $C_n^4 < C_n^5$

Aplicare prin activitate individuală (temă):

1. Efectuați calculele:

a) C_{11}^8

b) $\frac{C_{n+1}^k}{C_n^k}, k \leq n, k, n \in \mathbb{N}^*$

2. Probleme practice

a) Se consideră o mulțime A formată din 8 puncte în plan, oricare trei puncte fiind necoliniare. Care număr este mai mare: numărul triunghiurilor cu vârfurile în mulțimea A sau numărul patruleterelor cu vârfurile în mulțimea A ?

b) Pentru a forma o echipă de baschet din 5 jucători, un antrenor are la dispoziție un lot format din 8 jucători români și 6 jucători străini. Câte formule de echipă sunt posibile știind că în teren trebuie să fie cel puțin 3 jucători români?

3. Rezolvați ecuația:

$$C_{n+2}^2 + 3n = 36$$

4. Rezolvați inecuația:

$$C_{10}^{k-1} \geq C_{10}^k$$

Observație: validarea temei se va realiza la debutul orei următoare, încrucișat între elevi. În funcție de concordanța cu răspunsul așteptat, profesorul coordonează prezentarea unor soluții ale elevilor, insistând pe întărirea învățării.

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemplificare fișă de lucru – alternativă (Combinări)

1. Se consideră mulțimea $A = \{1, 2, 3, 4\}$.

Scrie o submulțime de două elemente dintre elementele mulțimii A.....

Scrie toate submulțimile mulțimii A, cu 2 elemente.

.....

Scrie toate submulțimile mulțimii A, cu 3 elemente

.....

Compară numărul de submulțimi scrise în cele două situații anterioare! Formulează o ipoteză privind relația dintre cele două numere.

.....

2. Într-o clasă sunt 30 elevi. În câte moduri se poate forma o grupă de 5 elevi în vederea participării la o competiție?

Alege dintre acțiunile următoare pe cele care sunt implicate de strategia de rezolvare a cerinței anterioare:

a) ordonare Da/Nu

b) alegere Da/Nu

3. Completează tabelul cu valorile corespunzătoare:

1	$C_6^5 =$	2	$C_{10}^7 =$
3	$C_{15}^{12} =$	4	$C_{2n+1}^{2k+1} =$
5	$C_7^0 + C_7^6 =$	6	$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 =$
7	$\frac{C_6^3 + C_6^2}{C_7^3} =$	8	$\frac{C_5^3 - C_5^4}{C_5^2} =$

Argumentează de ce cazurilor 1-6 le corespund ca valori doar numere naturale.

4. Rezolvă ecuațiile, precizând, în fiecare caz, domeniul de valori ale necunoscutei, folosind exemplul:

a) $C_n^3 = 2n$ (n număr natural, $n \geq 3$).....

b) $C_{x+2}^2 = 3$

c) $A_{n+1}^3 + C_{n+1}^3 = 392$

d) $C_{n+1}^5 = \frac{(n-3)n(n+1)}{6}$

e) $\frac{C_{2n}^{n-1}}{C_{2n-1}^n} = \frac{5}{3}$

De ce este util ca, într-o astfel de situație-problemă, să fixăm de la început mulțimea de valori ale necunoscutei? Fă referire la una dintre situațiile anterioare!

5. Formulează câte o situație-problemă practică în care intervin identitățile următoare, folosind cazuri particulare ale acestora:

$C_n^k = C_n^{n-k}$ (formula combinărilor complementare)

$C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$ (formula de recurență pentru combinări)

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Lecția 4. Aplicații - Probleme de numărare: permutări, aranjamente, combinații

Timp didactic	Componentă	Observații	Profesor	Elev	Resurse	Organizarea activității
5 minute	Captarea atenției	Se realizează o trimitere către metoda predării matematice?	Invită elevii la reflecție: în calitate de viitori învățători, veți avea de rezolvat exerciții cu grade diferite de dificultate, ce conțin diverse probleme de numărare! Împărțirea elevilor în 4 grupe și prezentarea succintă, pe 4 fișe, a informațiilor științifice corespunzătoare grupei (mulțimi ordonate, permutări, aranjamente, combinații)	Participă la activitatea în cooperare propusă de profesor	foi de flipchart	pe grupe
5 minute	Evaluare inițială	-	Propune elevilor https://quizizz.com/join/quiz/62ee2b9a2f9ae3001ed4b232/start	Rezolvă sarcinile de lucru din quizz	Instrument electronic quizizz.com	individual
5 minute	Feedback și analiză	Feedback imediat	Analizează și furnizează feedback în raport cu rezultatele obținute de către elevi	Reflecție personală asupra rezultatelor obținute în baza grilei de autoevaluare		frontal
5 minute	Actualizare - elemente ancoră, în funcție de rezultatele evaluării inițiale	În funcție de rezultatele evaluării inițiale, ajustări ale proiectului didactic	Conduce discuțiile asupra rezultatelor și asigură corectarea eventualelor greșeli, cu completarea cu observații care să permită întărirea învățării	Formulează/notează idei și concluzii care sprijină propria învățare		frontal
20 minute	Consolidarea învățării		<u>Propune o serie de APLICAȚII PRACTICE*</u>	Se implică în rezolvarea sarcinilor de lucru. Formulează întrebări și exprimă idei în relație cu activitatea propusă.	fișă de lucru	individual frontal
10 minute	Evaluare la final de lecție și feedback	Instrument electronic Feedback imediat	https://quizizz.com/join/quiz/62ef42fbd17ba8001ee30faf/start	Abordează sarcinile de evaluare	quizizz.com	individual

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

APLICAȚII PRACTICE*

Anagramări

O anagramă a cuvântului EDUCAT este o permutare a mulțimii literelor { A , C , D , E , T , U }.

Mulțimea este formată din 6 litere.

Numărul de anagramme ale acestui cuvânt este $6! = 720$.

Pentru a număra anagramele unui cuvânt, vom studia 2 metode .

Metoda 1 pentru anagramarea cuvântului ACCESIBIL

Presupunem că putem individualiza cele 9 litere ale cuvântului, de exemplu colorând cele două litere C în culori diferite, la fel și cele 2 litere I.

1. Câte anagramme ale cuvântului ACCESIBIL se obțin dacă toate cele 9 litere sunt diferite ?
2. Eliminăm apoi culorile literei C. Câteva anagramme vor deveni atunci identice. Arătați că, după ce eliminăm dublurile vor rămâne de $2!$ ori mai puține anagramme.
3. Eliminăm apoi și culorile literelor I. Câte anagramme vor fi în final?

Metoda 2

Vom cerceta în câte moduri putem dispune cele 9 litere ale cuvântului în 9 căsuțe.

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Câte posibilități de a pune litera C sunt ? (C_9^2)

De exemplu,

		C			C			
--	--	---	--	--	---	--	--	--

1. Cei doi C fiind plasați, câte posibilități de a pune litera I sunt? (C_7^2)

De exemplu,

	C		I		C		I	
--	---	--	---	--	---	--	---	--

2. Arătați că sunt $C_9^2 \cdot C_7^2 \cdot 5!$ anagramme ale cuvântului ACCESIBIL.

Comparați cu rezultatul obținut prin prima metodă.

2. Numărul de coduri

La intrarea într-un bloc de locuințe se află un interfon cu 12 taste: 3 litere A, B, C și 9 cifre diferite de 0. Codul care declanșează deschiderea ușii poate fi schimbat de administrator. Acest cod este întotdeauna compus dintr-o literă urmată de 3 cifre.

a) În acest caz cele 3 cifre nu sunt neapărat distincte.

1. Câte coduri începând cu litera A poate propune administratorul?

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

2. Câte coduri poate să propună în total?

b) În acest caz litera codului este B și cele 3 cifre sunt toate distincte.

1. Câte coduri poate propune administratorul?

2. Câte coduri conținând cel puțin una din cifrele 7, 8, 9, pot fi propuse ?

Rezolvare

a) 1. Litera A fiind fixată, numărul codurilor este dat de numărul listelor de 3 cifre dintre cele 9 cifre posibile, deci $9^3 = 729$ coduri.

2. Numărul codurilor este dat de $\text{Card } L \cdot \text{Card } C$, unde $L = \{A, B, C\}$, iar C mulțimea formată din cele 729 coduri. Deci numărul total de coduri este $3 \cdot 729 = 2187$.

b) 1. Litera B fiind fixată, numărul codurilor e dat de numărul listelor de 3 cifre distincte ce pot fi alese dintre cele 9 cifre posibile.

$$A_9^3 = 504.$$

2. Expresia „cel puțin una din cifrele” ne conduce la considerarea situației contrare.

Căutăm mulțimea codurilor care nu conțin nici cifra 7, nici 8, nici 9. Calculăm $A_6^3 = 120$. Cardinalul mulțimii căutate este atunci $504 - 120 = 384$. În concluzie, sunt 384 coduri conținând cel puțin una dintre cele 3 cifre 7, 8 sau 9.

Exemplu de fișă de lucru individual (temă) - Probleme de numărare. Aplicații

1. Scrieți în ordine crescătoare numerele:

$$a = \frac{6! - 5!}{3!}; b = \frac{A_7^3}{A_8^4} \text{ și } c = C_{10}^7 - C_8^3$$

2. Aduceți la o formă mai simplă:

a) $\frac{A_{10}^3 \cdot P_7 - 2 \cdot P_6}{P_8}$

b) $\frac{n! + (n+1)! - (n+2)!}{n!}$

3. Determinați numărul de diagonale ale unui poligon convex cu 15 laturi.
4. Se consideră 20 puncte, oricare 3 necoliniare. Câte drepte distincte determină aceste puncte?
5. Se consideră cifrele 1,2,3,4 și 5.
- Câte numere de 5 cifre se pot forma utilizând aceste cifre?
 - Câte numere de 5 cifre distincte se pot forma utilizând aceste cifre?
 - Câte numere de 3 cifre se pot forma utilizând aceste cifre?
 - Câte numere de 3 cifre distincte, divizibile cu 5 se pot forma utilizând aceste cifre?
 - Câte numere de 3 cifre distincte, divizibile cu 9 se pot forma utilizând aceste cifre?
6. Determinați numerele naturale n pentru care:
- $(n+1)! = 5 \cdot n! + 12 \cdot (n-1)!$;
 - $8 \cdot C_{n+2}^5 = 3 \cdot A_{n+1}^3$.
7. O mulțime cu n elemente are 56 submulțimi ordonate cu două elemente. Determinați valoarea lui n .
8. Câte submulțimi ale mulțimii $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ conțin numerele 1 și 2?
9. Se consideră 20 puncte, oricare 3 necoliniare. Câte semidrepte distincte determină aceste puncte?

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Exemple de teste de evaluare - Probleme de numărare

Testul 1

Subiectul I (4p)

1) (1p) Numărul submulțimilor cu 3 elemente ale mulțimii $M = \{c, o, m, b, i, n, a, t, r, ă\}$ este

2) (2p) Asociați fiecărui enunț din coloana din stânga valoarea corespunzătoare din coloana din dreapta:

- | | |
|--|------------|
| 1. Câte cuvinte formate din 8 litere, cu sens sau fără sens, se pot forma cu literele cuvântului PROBLEMA? | A. 8^2 |
| 2. Câte partide se vor juca într-un turneu de șah între 8 persoane, în care fiecare jucător va juca cu toți ceilalți? | B. P_8 |
| 3. Câte numere de două cifre se pot forma cu cifrele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8? | C. A_8^2 |
| 4. Câte posibilități de acordare a premiului întâi și al doilea sunt, în cadrul unui concurs literar la care participă 8 persoane? | D. C_8^2 |
| | E. 2^8 |

3) (1p) Numărul funcțiilor $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \{1, 2, 3\}$ cu proprietatea $f(1) = f(4)$ este:

- a) 16;
- b) 27;
- c) 64;
- d) 81.

Subiectul al II-lea

- 1. (1p) Câte numere pare de două cifre distincte se pot forma utilizând cifrele 6, 7, 8 și 9?
- 2. (2p) Determinați numerele naturale n pentru care $A_{n+2}^3 = 4 \cdot A_{n+1}^3$.
- 3. (2p) Într-o clasă sunt 24 de bănci, în care se află 24 elevi, dintre care 16 sunt fete și 8 sunt băieți.
 - a) În câte moduri se pot așeza cei 24 de elevi în bănci?
 - b) În câte moduri se pot așeza cei 8 băieți în bănci?
 - c) În câte moduri se pot alege 4 elevi pentru a participa la un concurs?
 - d) În câte moduri poate fi formată o echipă care are în componență 3 fete și 2 băieți?

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii;

Se acordă 1p din oficiu

Timp de lucru 25 min

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 1

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 1 punct din oficiu.

Subiectul I (4p)

1.	120	1p
2.	$1 \leftrightarrow B$	0,5p
	$2 \leftrightarrow D$	0,5p
	$3 \leftrightarrow A$	0,5p
	$4 \leftrightarrow C$	0,5p
3.	b)	1p

Subiectul al II – lea (5p)

1.	76, 86, 96, 68, 78, 98 Deci, sunt 6 numere	0,5p 0,5p
2.	$\frac{(n+2)!}{(n-1)!} = 4 \cdot \frac{(n+1)!}{(n-2)!}$	0,5p
	$n(n+1)(n+2) = 4 \cdot (n-1)n(n+1)$	0,5p
	$n+2 = 4n-4$	0,5p
	$n = 2$	0,5p
3a)	$P_{24} = 24!$	0,5p
3b)	$A_{24}^8 = 24 \cdot 23 \cdot \dots \cdot 18 \cdot 17$	0,5p
3c)	$C_{24}^4 = 23 \cdot 22 \cdot 21 \cdot 20 = 10626$	0,5p
3d)	$C_{16}^3 \cdot C_8^2 = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14}{6} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 15680$	0,5p

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Testul 2

- *Toate subiectele sunt obligatorii.*
- *Se acordă 10 puncte din oficiu.*
- *Timp de lucru 50 minute.*

Subiectul I (30 puncte)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. (5p) Rezultatul calculului: $0! + 1! + 3!$ este egal cu:
a) 7 b) 8 c) 6 d) 4
2. (5p) C_{2022}^0 este egal cu:
a) 1 b) 0 c) 2022 d) 4
3. (5p) Numărul de submulțimi ale mulțimii $\{0,1,3,5\}$ este egal cu:
a) 4 b) 8 c) 16 d) 24
4. (5p) Rezultatul calculului $C_5^0 + C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4 + C_5^5$ este egal cu:
a) 16 b) 32 c) 25 d) 36
5. (5p) Dacă $x! = 24$, atunci x este egal cu:
a) 6 b) 24 c) 4 d) 8
6. (5p) Într-o clasă sunt 28 de bănci, în care se află 28 de elevi, din care 12 sunt băieți și 16 fete. Numărul de moduri în care se pot așeza cei 12 băieți în bănci este egal cu:
a) P_{12} b) A_{28}^{12} c) C_{28}^{12} d) A_{16}^{12}

Subiectul II (20 puncte)

Asociază fiecărui număr din coloana A litera corespunzătoare din coloana B.

A	B
1. A_7^2	a) 0
2. C_9^7	b) 16
3. $C_7^5 - C_7^2$	c) 20
4. $A_4^4 - A_4^1$	d) 42
	e) 36

Subiectul III (40 puncte)

Scrive pe foaia de test rezolvarea complete a fiecărui exercițiu.

1. (10p) Determinați numărul funcțiilor $f: \{0,1,2,3\} \rightarrow \{0,1,2\}$ cu proprietatea că $f(0) = f(3)$.
2. (10p) Determinați numărul natural n pentru care are loc egalitatea: $A_{n+3}^2 = 12$.
3. (10p) Determinați numărul de numere pare de cinci cifre distincte ce se pot forma cu cifrele 5,6,7,8,9.
4. (10p) La un concurs participă 10 băieți și 12 fete. Determinați în câte moduri se poate forma o echipă care are în componență 4 fete și 5 băieți.

BAREM DE EVALUARE ȘI DE NOTARE

Testul 2

Subiectul I (30 puncte)

1.	b)		5p
2.	a)		5p
3.	c)		5p
4.	b)		5p
5.	c)		5p
6.	b)		5p

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Subiectul II (20 puncte)

(1,d)		5p
(2,e)		5p
(3,a)		5p
(4,c)		5p

Subiectul III (40 puncte)

1.	$f(0) = f(3) \in \{0,1,2\}, f(1) \in \{0,1,2\}, f(2) \in \{0,1,2\}$	5p
	Sunt $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ funcții	5p
2.	$\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = 12$	5p
	$(n+2)(n+3) = 12 \Rightarrow n = 1$	5p
3.	Sunt $4!$ numere de forma $\overline{abcd6}$ și $4!$ numere de forma $\overline{abcd8}$	5p
	În total sunt $4! + 4! = 48$ numere	5p
4.	Sunt C_{12}^4 moduri de a organiza cele 4 fete în echipă și C_{10}^5 moduri de a organiza cei 5 băieți în echipă	5p
	Echipa se poate forma în $C_{12}^4 \cdot C_{10}^5 = 495 \cdot 252 = 124740$ de moduri	5p

SECȚIUNEA a III -a Recomandări privind formarea/dezvoltarea și evaluarea competențelor specifice incluse în programa școlară în vigoare, disciplina matematică, pentru clasa a X-a

Propunere de sarcini de lucru în baza cărora profesorul sprijină elevul în întărirea învățării (pentru activități remediale/de aprofundare)

Profesor	Elev
- în baza analizării rezultatelor obținute de elevi la evaluarea aplicată anterior, stabilește grupurile de elevi pe nevoi de învățare (remedial/aprofundare)	- conștientizează, în baza feedback-ului oferit de profesor, deficiențele/atuurile proprii învățării - își asumă participarea activă în grupa de nivel stabilită de profesor
- integrează sarcini de lucru propuse în materialele pregătite, în funcție de nevoile de învățare ale elevilor; - monitorizează activitatea, oferind sprijin și îndrumare	- rezolvă sarcinile de lucru individual sau în cooperare; - reflectă asupra acelor situații care au produs bariere în propria învățare anterioară, pentru a determina o schimbare în strategia de învățare

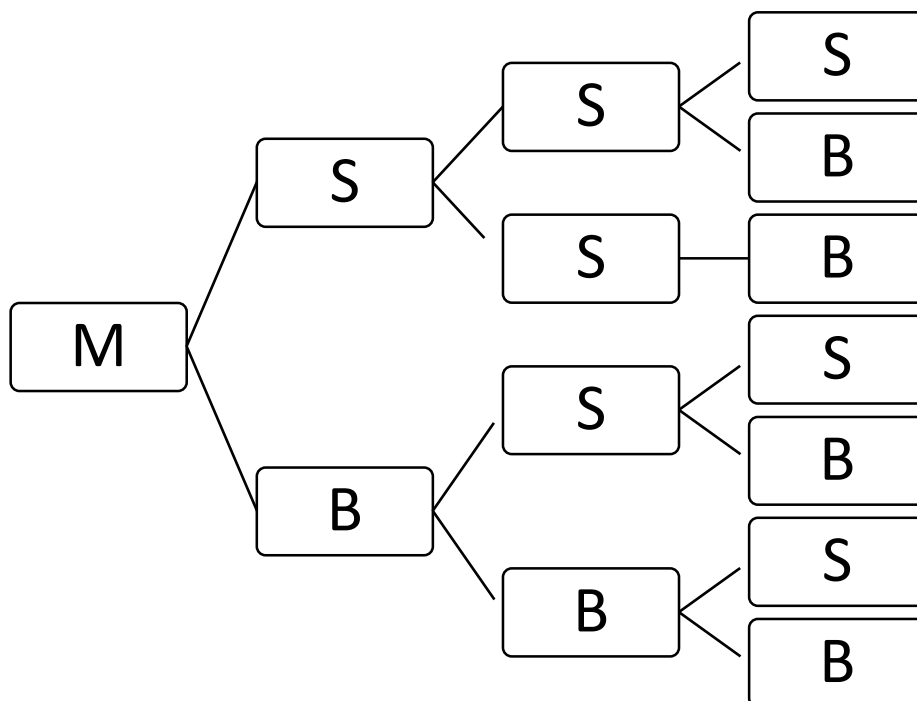
Activitate remedială

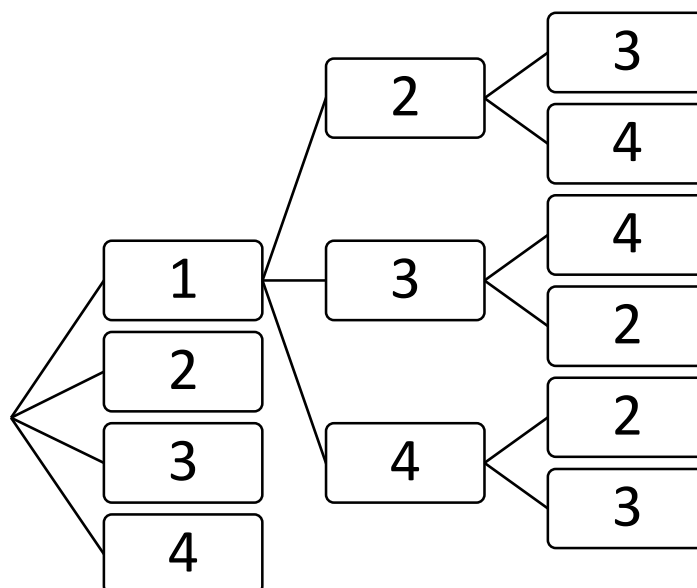
1. În fiecare dintre cele 3 cazuri prezentate mai jos numărați rezultatele posibile, realizând diagrame arbore.

- 1) Se aruncă o monedă de 3 ori. La fiecare aruncare, rezultatul este fie stemă (S), fie ban (B). Folosind o diagramă arbore, numărați rezultatele posibile ce se obțin în urma celor 3 aruncări.

$$A = \{ S, B \}$$

$$(\text{card}A)^3 = 2^3 = 8$$





$$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 = A_4^3$$

- 3) Se extrag simultan 3 cărți dintr-un joc de 4 cărți numerotate 1,2,3,4. Numărați câte extrageri sunt posibile.

2. Spuneți în care dintre cele 2 cazuri prezentate utilizați aranjamente și în care combinații

- 1) O agenție de voiaj propune clienților săi o listă de 8 orașe pe care să le viziteze. Ea propune să-și aleagă cinci orașe din cele opt pentru un circuit, indicând ordinea vizitării celor 5 orașe alese. Câte circuite posibile sunt?

$$A_8^5 = \frac{8!}{3!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720.$$

Obs! Un circuit este un aranjament de 5 orașe alese din cele 8. Nr de circuite este A_8^5 .

- 2) Agenția de voiaj de la 2.1 propune clienților săi o formulă „liberă” prin care turistul să aleagă 5 orașe fără să precizeze ordinea în care orașele să fie vizitate.

Indicații:

Arătați că sunt 5! moduri de a formula „liber” circuitele care permit vizitarea orașelor într-o ordine fixă.

Numărați apoi formulele „libere” propuse de agenție.

Arătați că acest număr se poate scrie $\frac{8!}{5! \cdot 3!} = C_8^5$.

Activități pentru performanță

Precizați ce metodă de numărare veți utiliza în fiecare dintre situațiile următoare și rezolvați cerințele cerute.

- Un restaurant propune un meniu alcătuit dintr-un aperitiv, felul principal și un desert. Sunt, la alegere, 5 posibilități de aperitive, 3 feluri principale și 4 deserturi. Câte meniuri diferite se pot alcătui?
- În meniul unui restaurant sunt propuse, la alegere, 5 posibilități de aperitive, 3 feluri principale și 4 deserturi. Pentru organizarea unei nunți se alege un meniu format din 3 aperitive, 2 feluri principale și un desert. În câte moduri se poate alcătui un astfel de meniu?
- Pentru a participa la o competiție sportivă, echipa școlii trebuie să fie formată din 5 elevi, dintre care cel puțin două fete. Știind că în total sunt 8 băieți și 6 fete, calculați în câte moduri se poate forma această delegație.

SECȚIUNEA a IV-a

Recomandări privind resurse educaționale deschise (RED)

Secțiunea a IV-a conține:

recomandări privind resurse educaționale
deschise (RED) pentru integrarea acestora în
activitatea didactică la disciplina matematică

SECȚIUNEA a IV-a Recomandări privind resurse educaționale deschise (RED)

Orice recomandare din materialul de față implică anumite limite de utilizare.

Înainte de utilizarea la clasă, profesorul trebuie să verifice:

- corespondența link-ului cu sursa;
- condițiile de acces și utilizare;
- conținutul resursei din perspectiva:
 - utilității sale pentru facilitarea/producerea învățării;
 - corespondența cu programa școlară, inclusiv din punctul de vedere al formalismului matematic utilizat (în cazul în care resursa este utilă, dar trebuie actualizată din perspectiva programelor în vigoare, profesorul va asigura toate elementele necesare utilizării în conformitate a resursei).

Selecție de aplicații și resurse educaționale online

(în completarea celor care sunt incluse în secțiunea a III-a, ca exemple de materiale de sprijin în activitatea didactică asociate unităților de învățare pentru care s-au dezvoltat elemente de proiectare)

Aplicații gratuite pentru realizarea de lecții, grafice, calcule etc.

<https://www.geogebra.org/>
<https://www.desmos.com/>
<http://www.dudamath.com/>
<https://cabri.com/en/>

Tutoriale Lecții GeoGebra:

<https://www.youtube.com/playlist?list=PLEpjB-fVNhdKDkNxmW8ItV5SowGsJRyxF>

Tutorial pentru crearea unei clase pentru o activitate Desmos

<https://www.youtube.com/watch?v=gnYxvjKk-D8>

Editor video online

<https://www.adobe.com/express/create/video>

Pagini web cu acces gratuit; colecții de cursuri, prelegeri, videoclipuri, aplicații

<https://www.khanacademy.org/math/>
<https://www.mathwarehouse.com/>
<https://mathigon.org/>
<https://www.mathsisfun.com>
<https://lib.lavc.edu/c.php?g=571229&p=5570912>
<https://seeing-theory.brown.edu/index.html#firstPage>

Platforme gratuite concepute pentru a sprijini procesul de instruire prin metode interactive

(profesorul are acces după crearea unui cont; modulele/exercițiile existente pot fi integrate direct în conținuturile de învățare corespunzătoare, dar pot fi și elaborate online teste ce dau feedback imediat elevilor)

<https://wordwall.net/>
<https://learningapps.org/>

Aplicații gratuite pentru crearea de teste sau chestionare

<https://quizizz.com/>
<https://kahoot.com/>

Platforme educaționale pentru predarea online (spații de învățare virtuale)

G Suite for Education
Moodle
Microsoft Teams

Lecții difuzate de TVR2 în cadrul emisiunii TeleȘcoala

https://www.youtube.com/results?search_query=telescoala+tvr+2

SECȚIUNEA a IV-a Recomandări privind resurse educaționale deschise (RED)

Tablă interactivă gratuită, cu instrumente virtuale foarte utile în predarea geometriei
(se poate descărca în calculatorul de lucru cu click GetOpenboard for free)

<https://openboard.ch/>

Exemple de activități remediale și de progres pentru clasa a IX-a

- materiale utile pentru activități remediale pentru liceu:

<https://digital.educred.ro/red-din-cred/red-gimnaziu>

- colecția de activități Funcția de gradul al II-lea

<https://teacher.desmos.com/collection/5f05de47be286245c2bb18a6>

Exemple de activități remediale și de progres pentru clasa a X-a

- colecția de activități Geometrie analitică - clasa a X-a (2020-2021)

<https://www.geogebra.org/m/dfnwaujt>

- elemente de statistică matematică și probabilități

<https://www.slideshare.net/olesvol/elemente-de-statistica-matematica-i-probabilitatea>

<https://www.youtube.com/watch?v=6OtHbMxp-OQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=yOccEk7YXKg>

Exemple de activități remediale și de progres pentru clasa a XI-a

- tangenta la o curbă, derivata unei funcții într-un punct

<https://www.geogebra.org/m/cmdjgBc5>

- funcții derivabile

<https://www.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-differentiation-1-new/ab-2-4/e/differentiability-at-a-point-algebraic>

- operații cu funcții derivabile

<https://www.geogebra.org/m/BXBRxTQq>

Exemple de activități remediale și de progres pentru clasa a XII-a

- test inițial clasa a XII-a

<https://quizizz.com/admin/quiz/5f1e973e49e7e0001bcc995b/test-initial-pentru-clasa-a-xii-a>

- metode de calcul al integralelor definite: integrarea prin părți

<https://www.geogebra.org/m/hWbTYfGR>

COLECTIV DE AUTORI

Elaborarea „Reprelor metodologice pentru aplicarea curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023” a fost realizată în cadrul:

- Unității de Cercetare în Educație, din cadrul Centrului Național de Politici și Evaluare în Educație
- Grupurilor de lucru pentru elaborarea curriculumului la disciplina matematică, nivel liceal, GLC 39, GLC 40; GLC 41, în coordonarea Serviciului Dezvoltare Curriculum, din cadrul Centrului Național de Politici și Evaluare în Educație

Colectiv de autori*

NR. CRT.	NUMELE ȘI PRENUMELE	INSTITUȚIA DE PROVENIENȚĂ	CALITATE
1.	VRÎNCEANU GABRIEL-NARCIS	CENTRUL NATIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE	Coordonator
2.	STOLERIU ANCA-VOICHIȚA	CENTRUL NATIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE	Coordonator
3.	NAGHI ELISABETA-ANA	MINISTERUL EDUCAȚIEI	Coordonator
4.	DAN STELUȚA	CENTRUL NATIONAL DE POLITICI ȘI EVALUARE ÎN EDUCAȚIE	Coordonator
5.	STREINU-CERCEL GABRIELA	MINISTERUL EDUCAȚIEI	Coordonator
6.	BAIAS ALINA RAMONA	UNIVERSITATEA TEHNICĂ, CLUJ-NAPOCA	Autor
7.	CHIȘ MIHAI	UNIVERSITATEA DE VEST, TIMIȘOARA	Autor
8.	CONSTANTINESCU OANA	UNIVERSITATEA „AL. I. CUZA”, IAȘI	Autor
9.	FRUMOS FLORIN-VASILE	UNIVERSITATEA „AL. I. CUZA”, IAȘI	Autor
10.	LĂZUREANU CRISTIAN	UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIȘOARA	Autor
11.	MAGDAȘ IOANA	UNIVERSITATEA „BABEȘ-BOLYAI”, CLUJ-NAPOCA	
12.	PĂLTÂNEA EUGEN	UNIVERSITATEA TRANSILVANIA DIN BRAȘOV	Autor
13.	VITCU ANCA-GABRIELA	UNIVERSITATEA DE ARHITECTURĂ ȘI URBANISM "ION MINCU", BUCUREȘTI	Autor
14.	ANDRONACHE MARIEAN	COLEGIUL NAȚIONAL „SFÂNTUL SAVA", BUCUREȘTI	Autor
15.	CAȚARON ADRIANA-IONELA	LICEUL „ANDREI MUREȘANU”, BRAȘOV	Autor
16.	CERBU-SFÂRGHIU CRISTIAN-VLADIMIR	COLEGIUL NAȚIONAL MILITAR „ȘTEFAN CEL MARE”, CÂMPULUNG MOLDOVENESC	Autor
17.	CHIRILĂ CONSTANTIN	COLEGIUL NATIONAL „GARABET IBRĂILEANU”, IAȘI	Autor
18.	CRISTEA CĂTĂLIN	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „ȘTEFAN VELOVAN”, CRAIOVA	Autor
19.	CRUȚ BIANCA	LICEUL TEHNOLOGIC ECONOMIC DE TURISM, IAȘI	Autor
20.	DÂRSTARU GHEORGHE	COLEGIUL ECONOMIC BUZĂU	Autor
21.	DOBRICĂ-VĂSI LAVINIA-ELENA	COLEGIUL TEHNIC DE ARHITECTURĂ ȘI LUCRĂRI PUBLICE „I. N. SOCOLESCU”, BUCUREȘTI	Autor
22.	DOBRIN ALICIA	LICEUL PEDAGOGIC "MATEI BASARAB" SLOBOZIA	Autor

23.	ERCULESCU LAURA-MARIA	COLEGIUL NAȚIONAL „IENĂCHIȚĂ VĂCĂRESCU”, TÂRGOVIȘTE	Autor
24.	EZARU LORENA-MIHAELA	COLEGIUL NAȚIONAL MILITAR „DIMITRIE CANTEMIR”, BREAȚA, PRAHOVA	Autor
25.	FRIEDRICH GABRIELA	COLEGIUL ECONOMIC „NICOLAE TITULESCU”, BAIA MARE	Autor
26.	GHERGHE RADU - CĂTĂLIN	LICEUL TEORETIC „LUCIAN BLAGA”, BUUCREȘTI	Autor
27.	GOGA ROXANA-CAMELIA	COLEGIUL NAȚIONAL „SFÂNTUL SAVA”, BUCUREȘTI	Autor
28.	HEUBERGER DANIELA-ADRIANA	COLEGIUL NAȚIONAL „VASILE LUCACIU”, BAIA MARE	Autor
29.	HODOROGEA ANCA-CRISTINA	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ	Autor
30.	HOFFMANN-BRONT VIORICA-CORNELIA	LICEUL TEHNOLOGIC SPECIAL NR.1, ORADEA	Autor
31.	HOLHOȘ VIOREL	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA	Autor
32.	IANCU EMILIA	COLEGIUL NAȚIONAL „MATEI BASARAB”, BUCUREȘTI	Autor
33.	IONESCU CORINA-MIHAELA	COLEGIUL NAȚIONAL „BARBU ȘTIRBEI”, CĂLĂRAȘI	Autor
34.	LOBONȚ DORIN-CRISTIAN	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „MIHAI EMINESCU” TÂRGU MUREȘ	Autor
35.	MAGDAȘ ADRIAN	COLEGIUL NAȚIONAL „EMIL RACOVITĂ”, CLUJ NAPOCA	Autor
36.	MAREȘ SILVIA	COLEGIUL NAȚIONAL „CONSTANTIN CANTACUZINO”, TÂRGOVIȘTE	Autor
37.	MIHALCEA MIHAEL	LICEUL TEORETIC „LUCIAN BLAGA”, BUCUREȘTI	Autor
38.	MUNTEAN VALERICA-DOINA	COLEGIUL NAȚIONAL „IOAN SLAVICI”, SATU MARE	Autor
39.	MUȘĂTOIU SILVIA-MIHAELA	COLEGIUL NAȚIONAL „GHEORGHE ȘINCAI”, BUCUREȘTI	Autor
40.	NEȚA CAMELIA-ELENA	ȘCOALA GIMNAZIALĂ NR. 2, PIATRA-NEAMȚ	Autor
41.	NICOLAESCU NICOLAE	LICEUL TEHNOLOGIC „ALEXE MARIN”, SLATINA	Autor
42.	OLARU CLEOPATRA	COLEGIUL NAȚIONAL „GHEORGHE ASACHI”, PIATRA NEAMȚ	Autor
43.	OPRIȘ ADONIA-AUGUSTINA	COLEGIUL TEHNIC „ALEXANDRU PAPIU ILARIAN”, ZALĂU	Autor
44.	PARASCHIV ALINA	INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI/ COLEGIUL NAȚIONAL „ELENA CUZA”	Autor
45.	PERIANU MARIUS	COLEGIUL NAȚIONAL „ION MINULESCU”, SLATINA	Autor
46.	PETRE MONICA	LICEUL TEORETIC „ION CREANGĂ”, TULCEA	Autor

SECȚIUNEA a IV-a Colectiv de autori

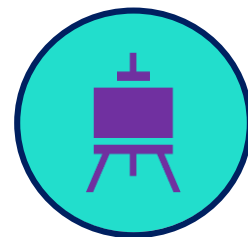
47.	PREDUȚ AURELIAN	INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN OLT/ LICEUL TEORETIC „NICOLAE TITULESCU”, SLATINA	Autor
48.	ROMILĂ AMALIA-PATRICIA	COLEGIUL PEDAGOGIC „VASILE LUPU”, IAȘI	Autor
49.	SANDEA CLAUDIA-CĂLINA	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „GH. LAZĂR”, CLUJ-NAPOCA	Autor
50.	SIMON ROXANA-MIRELA	LICEUL TEHNOLOGIC DE MECATRONICĂ ȘI AUTOMATIZĂRI, IAȘI	Autor
51.	ȘONTEA OVIDIU	COLEGIUL NAȚIONAL DE INFORMATICĂ „TUDOR VIANU”, BUCUREȘTI	Autor
52.	STĂNICĂ DANIELA-NARCISA	COLEGIUL NAȚIONAL PEDAGOGIC „D.P. PERPESSICIUS”, BRĂILA	Autor
53.	VĂCĂREȚU ARIANA-STANCA	COLEGIUL NAȚIONAL „EMIL RACoviȚĂ”, CLUJ-NAPOCA	Autor
54.	ZEFFER TIMEA ERZSEBET	LICEUL TEHNOLOGIC NR. 1, VALEA LUI MIHAI	Autor

* Serviciul Dezvoltare Curriculum
aduce mulțumiri colegilor de la Unitatea de Cercetare în Educație,
precum și întregului colectiv de autori care,
în regim de voluntariat,
în perioada iulie-august 2022,
a contribuit la elaborarea prezentului material.



Ministerul Educației completează colecția de repere metodologice pentru învățământul preuniversitar cu o nouă ediție, destinată aplicării curriculumului la clasa a X-a în anul școlar 2022-2023.

În acest sens, la disciplina Matematică, materialul realizat în cadrul grupurilor de lucru GLC 39, GLC 40 și GLC 41, constituite pentru elaborarea/revizuirea curriculumului național, este structurat astfel:



Secțiunea I – se constituie într-un îndrumar cu caracter general pentru aplicarea curriculumului în anul școlar 2022-2023, în baza scrisorii metodologice elaborate la nivelul Unității de Cercetare în Educație din cadrul Centrului Național de Politici și Evaluare în Educație (CNPEE), completat cu o selecție de caracteristici și recomandări privind disciplina matematică în contextul curriculumului național, din Reperele elaborate pentru anul școlar anterior.

Secțiunea a II-a – vine în sprijinul colegilor de la catedră cu o serie de exemplificări privind planificarea calendaristică pentru anul școlar 2022-2023, având în vedere, în principal, noua structură a anului școlar, aprobată prin Ordin al ministrului educației nr. 3505/2022, precum și programele școlare în vigoare pentru liceu, disciplina matematică (4 ore/3 ore/2 ore).

Secțiunea a III-a – se constituie într-o colecție de exemple în sprijinul proiectării unităților de învățare.

Secțiunea a IV-a – vine în sprijinul colegilor de la catedră cu o serie de recomandări privind resurse educaționale deschise, în completarea celor exemplificate în secțiunea a III-a.

