ISJ ARAD
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARAD
Strada Corneliu Coposu nr.26, Telefon: 0257 / 28 00 08, Fax 0257 / 21 47 46,
web : www.isjarad.ro e-mail: inf_arad@isjarad.ro
MINISTERUL EDUCAȚIEI

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICA PENTRU CLASELE a IV-a – a VIII-a
”OLIMPIADA SATELOR DIN ROMANIA”
– ETAPA JUDEȚEANĂ 12.03.2022 –

CLASA a VIII – a

SOLUȚII ŞI BAREME ORIENTATIVE

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

1. $4x^2 + y^2 + 4x - 12y = 12$
$4x^2 + 4x + 1 + y^2 - 12y + 36 = 49$ .... (1p)
$(2x+1)^2 + (y-6)^2 = 49$ .... (2p)
$|2x+1| \leq 7$ și $|y-6| \leq 7$ .... (2p)
deci $x \in [-4;3]$ și $y \in [-1;13]$. .... (2p)

2. a) $E(x) = x^2 - 4x + 4 + 9x^2 + 6x + 1 + 3x^2 - 3x - 6 - 12x^2 + 12 - 3x - 32$ .... (2p)
$E(x) = x^2 - 4x - 21$ .... (1p)

b) $x^2 - 4x - 21 = (x-7)(x+3)$ .... (2p)
$E(n) = (n-7)(n+3)$ – prim, $n \in \mathbb{N} \Rightarrow n - 7 = 1$, deci $n = 8$ .... (1p)
$E(n) = 11$, nr prim .... (1p)

3. a) demonstrează că MN || M’N’ .... (1p)
demonstrează că MP || M’P’ (sau PN || P’N’) .... (1p)
deduce (MNP) || (M’N’P’) .... (1p)
b) $AM = AN = AP = \frac{a}{2}$ .... (1p)
$MN = NP = MP = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .... (1p)
deci AMNP piramidă triunghiulară regulată, de unde $d(A, (MNP)) = \frac{a\sqrt{3}}{6}$. .... (2p)

4. Figura corectă .... (1p)
a) Fie $AC \cap BD = \{O\}$
$\frac{OG}{OV} = \frac{OF}{OA} = \frac{1}{3}$ .... (1p)
$\Rightarrow GF \parallel VA,\ VA \subset (VAD) \Rightarrow FG \parallel (VAD)$ .... (2p)

b) Fie $BG \cap VD = \{N\}$, $FG \cap VC = \{P\}$.

Dacă G centru de greutate al ΔVAC, atunci G este centru de greutate și pentru ΔVBD, deci (BN) mediană, iar cum M mijlocul lui (BG) avem MG = GN. (*) .... (1p)

FG ∥ VA, deci și FP ∥ VA.

Cum $\frac{FG}{VA} = \frac{OF}{OA} = \frac{1}{3}$ iar $\frac{FP}{VA} = \frac{CF}{CA} = \frac{2}{3}$ deduceem că FP = 2FG, deci FG = GP (**).................... (1p)

Din (*) și (**) rezultă FMPN paralelogram ⇒ FM ∥ PN.

Cum $PN \subset (VCD)$, avem FM ∥ (VCD).. (1p)